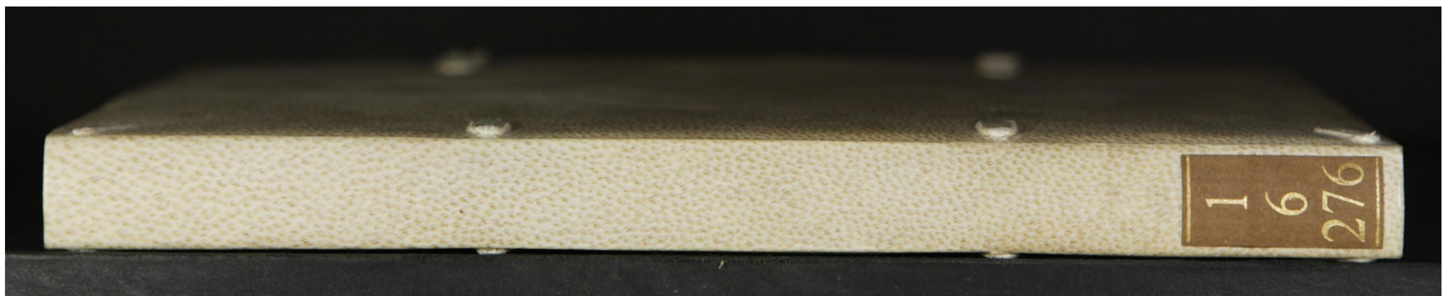
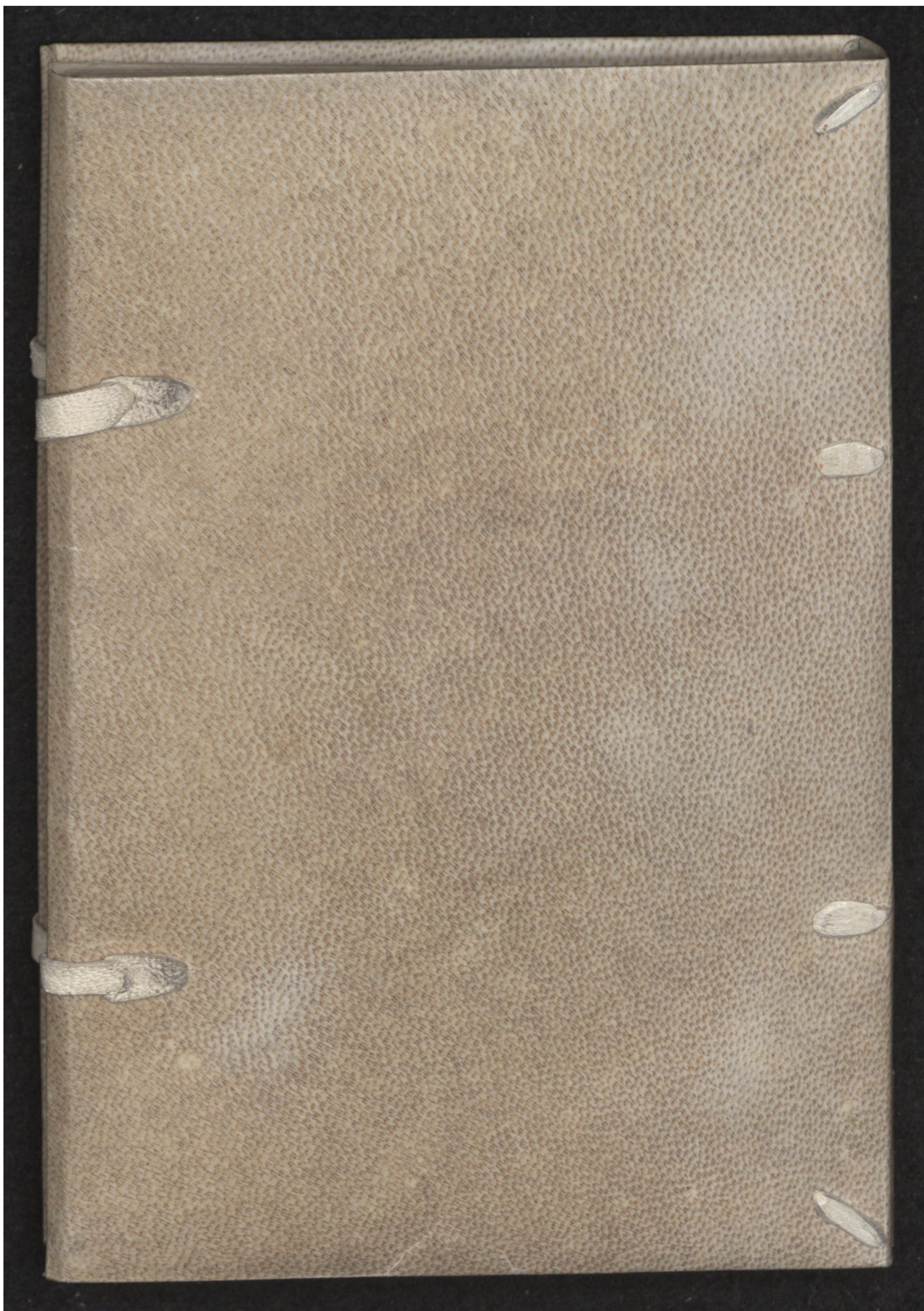



1
6
276





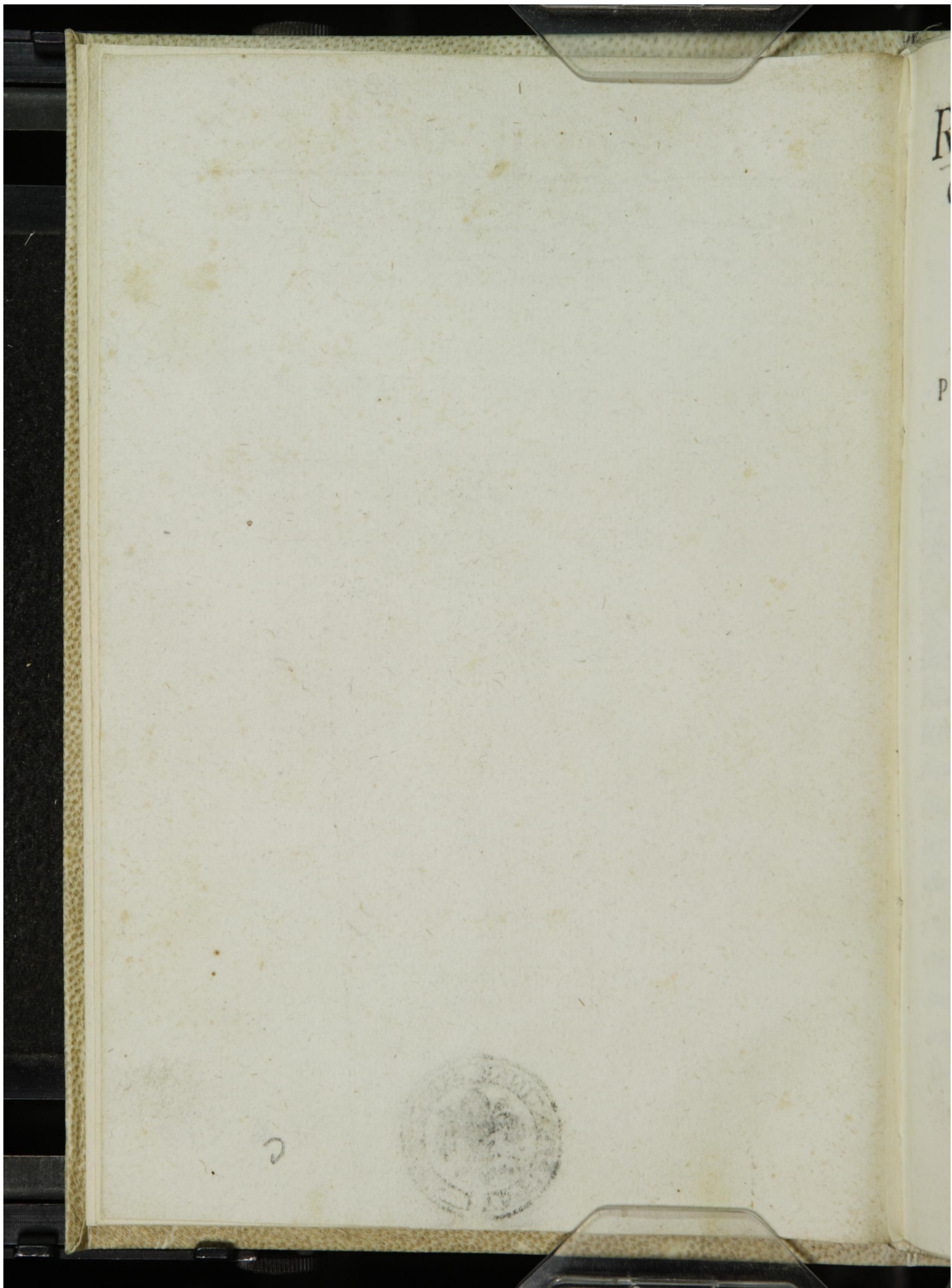






A

XI
BENED.
1553



B-I

RESOLVTIO

OMNIVM EVCLIDIS PROBLEMATVM ALIO-rumq; ad hoc necessario inuento-rum vna tantummodo cir-cini data apertura,

PER IOANNEM BAPTISTAM DE BENEDICTIS INVENTA.



VENETIIS MDLIII.





REVERENDISSIMO ATQVE GENEROSISSIMO Domino Gabrieli de Guzman, Abbati dignissimo Longipontis, domino suo semper obseruandissimo, Ioannes Baptista de Benedictis. S. P. D.





N DEDICATIONE *librorum Reuerẽdissime Abbas, pro more suo, quisque, aliquid captat, atq; alij quidem lucrum, alij honores, alij applausum, uanam gloriam multi, immortalitatem plerique omnes, & maxime amicissimorum, quibus, inter prima consistere, secundaue, non datum est, alij item aliud quid, prout sibi suus dictitat genius. Mihi uero, hoc solum (cum altioribus fata regentia orbem, ipsaque astrorum series, inuiam uiam, aperient) quæritur, ut in gratia tua, si non radicatus infixusque maneam, heream saltem extrema in linea (nam hoc quoque amari tradunt.) Dictu enim est per difficillimum, quantus sit splendor naturæ tuæ, quæ frangi neutro extremorum ualeat, quanta suauitas conspectus tui, quo, instar Orphei, omnes ad te amandum inuitas, & ceu captiua-*

tos sua cuiusq; sponte tenes, instar Magnetis, quanta deniq; altitudo, & profunditas scientiarum, item sapientiæ & prudentiæ. Illas dum Parisiis profiteris, in admirationē tui omnes conuertis, sed quid in paruis hereo, & non potius uno uerbo oĩa absoluo. Non facile quis dicat, re ad calculos quã solicitißime reuocata, quàm in sacris literis omnes, tui seculi anteas, quæ scire, uniuersa scire dicimur, iuxta illud, qui Christum pie scit, satis est si cætera nescit, atque hinc, scientiam, sapientiam & prudentiam diuini uates aquiri, certo contendunt, quod clarum est. Addentes his quoq; adiici tēporalia, ita ut ex rebus tuis gestis, sole hoc, clarius colliger est, quibus uniuersam tuam nobilißimam, sicut cognomen testatur, nobilitasti familiam, ut de emerito doctoratu, qui ultimum ornamentum nobilitati, pro legibus, summo optimoq; iure, addit, nimirum ex ignobilibus etiam infimoque loco natis, nobiles faciens eos omnes, qui sub ea continentur linea, unde ad gradum talem promotus, prodijt, taceam. Ad ea ornanda commendandaq; asseruatu posteris, optarim mihi ora centum, linguasq; centum & ferream uocem. Verum enimuero, cum Minerua admodum tenuis obtigerit, & rebus a teneris unguiculis dedito, diuinam uix primis labris datum est attingere eloquentiam. Quam ego (nõ ut quidam inerudite & stolide, omni destitutus iudicio, fucum præter rationem accersitum, eam appellat, qui iuste a doctißimo uiro Hermolao Barbaro reprehenditur) per omnem modum magnifacio, & inter dona dei primas tenere profiteor,

quemadmodum quemq; sanæ mentis mecum idem sentire sat scio, sed quo tendo demens. Esto mihi detur uel Demostenica, tamen reor nihil illa tali dici posse tam efficaciter, quin id uniuersum, uirtus tua longißimis superaret paßibus, uti, futura quoq; idem declarabunt tempora. Quare meo me & pede, & modulo metiens, gratum animum demonstrando meum, si aurum, si gemmæ, tanto ornatui denegentur, paleas lateribus fingendis, tam magnifico superboq; tẽplo extruendo subministrasse uolupe sit, & uiribus deficientibus uoluisse in questu ponere.

Nunc te precor, me patienter audias, donec quæ possum & non quæ uellem exponam.

Naturæ tuæ philantropia inexplebilis, humanitas inenarrabilis, quod sine modo pauperibus largiendo, tibi ipsi nihil penè relinquens, declaras ubiq; locorũ. Comitas ineffabilis perpetuaq; insita cœlitusq; data est, qđ non ceu adulator ut parasitis & aucupibus moris esse solet, qui potentioribus retia tendendo, Vulcani subtiliora, imponunt, enuntio, sed ex re præsente doctus, uera certaq; loquor, præcedentes sequentesq; tuos oẽs annos in testimonium adhibens, sed ne dicta, fide careant, unum ex tot miraculis stupendũ, testimonii gratia in medium producam, te nunq̃ in animum inducere potuisse, ut cibũ capes, nisi prius, ex appositis pro tua refectione in mẽsa edulijs, iustam partem pauperibus, propria manu segregatã, ipsemet porrigeres, uideresq; comedentes. Memini & huius, neutiq̃ silentio prætereundi, accidit olim, quod

cum tibi ob iniustum æconomum æs deesset, & relatum fuisset, probos quosdam uiros, rusticos alios, alios urbanos, in squalidum carcerem coniectos fuisse, nec, quo se ipsos redimerent, aut nudos natos, propriasque uxores, alerent, habuisse. Te actutum, omnia uasa argẽtea mensæ tuæ arripuisse, & non pignori exposuisse, sed uendidisse, paruo etiam ære, quo miseris opem ferres, prout conscijs triginta, uel plus eo uiris constat, qui in hunc usque diem, tui splendoris, & munificentiæ, perpetui sunt ebuccinatores, defensoresq́;, ubi quispiam malignorum, liuidum in te torqueat dentem. Quis te precor, hoc nomine nõ amet? quis non amplexetur? quis denique in cordis scrinio, ipsiusque penetralibus non foueat? durus mehercle adamantiniq́; pectoris, & omnis humanitatis expers, ipsiusq́; naturæ inimicus esset, atque hoc equidem gratiæ charitesq́; Deæ, ultro, decus ornamẽtumq́;, addiderũt, quo, instar Iouis, ceu catenula quadam inuisibili, omnes ad te adtrahas, uinctosque teneas perpetuo, inexplebili tui desiderio, quo fit, ut proposito tuo, causaque (sint modo æqui iudices) nunquã excideris, nec unquam, a summis uiris, in petitionibus tuis, repulsam passus sis, & ut uulgus omittam, de ijs, aliqua in medium afferam, penes quos, gubernacula rerum sita sunt. Legatus enim, Anno a natali Domini M D X L I I I I. a Christianissimo Rege Gallorũ Francisco, tanquam alter Mercurius, ad Imperatorem Carolum Quintũ, semper inuictissimum, missus, cõponendæ pacis causa, non nisi re confecta, discessisti, quam ob

causam, munificentissimus Rex, prædecessores sequutus, posteros ad idem inuitans, tantæ uirtuti, Abbatiam Longipontis, quatuor milia coronatorum, annui reditus, præmium statuit, & maiora sibi de te uiro tanto pollicens, cum alio quodam, suæ gentis, Romam, Cardinalatus assumendi causa, misit. Dignum nimirum, eo, alijsque muneribus ducẽs, Rex Christianissimus, & inter omnes sui temporis doctissimus, illud sedulo obseruans, quod scriptura præcipit, reges erũt nutricij tui, & reginæ nutrices. Cõtulit & in eam uirtutẽ Pont. Paulus III. sequenti anno, munus quatuor milia ducatorũ, nimirum, oĩs generis uirtutibus beatissimus pater, refertus, adornatusq; uirtutem coronauit. Eodem anno quoq; Legatus ad eundem missus es, peragendi contractus matrimonialis causa. His te functum honoribus, & ad tam altos conscendisse gradus, res ipsa contradictionem respuens, famaq; æterna euidentissime testatur, atque hæc ego quoque me dicturum proposueram, licet alia innumera mihi olim ignota, a Reuerendissimo simulq; sapientissimo, & prudentissimo, necnon & splendidissimo domino Francisco Cardinali a Turnon, quem res gestæ immortalitate donãt, & a doctissimis simulq; excellentissimis uiris, Reuerendo domino Vincentio Paletino Corzulensi, & Reuerendo domino Petro Arches Valentiensi, relata sunt, de tuis uirtutibus, fratrumque tuorum, uirorum oppido magnanimorum, & in primis uno, cui in mundo nouo, administrandarum maximarum regionum, prouincia delegata est, quam tam fœ-

liciter administrauit, ut semper integras conseruauerit, ex hostibusq; semper triumphauerit, una cum filio. Reuerendissimo atq; omnis generis dotibus ornatissimo domino Francisco Cardinali a Turnon, (quem ob res in Galliis praeclare gestas nomen aeternum manet) quis fidem nō adhiberet. Duos item illos uiros spectata commendat, & probitas, & excellentia, cū inscientijs, tum uero in artibus. Alter enim hoc est Reuerendus dominus Vincentius Paletinus Corzulensis, ordinis sancti Dominici, custos uigilantissimus propugnatorq; inuictissimus, Doctor sacrarum literarum insignis, Mathematicus excellentissimus, Philosophus praestantissimus, Cosmographus, omnium absolutissimus, quemadmodum cuiq; liquido patet, ex Hispania nouiter ab ipso in perpetuum redacta ordinem, & in tabulis, omnibus spectandum proposita, miro artificio summoq; ingenio & dexteritate, adeo, ut easipsas, clarissimus uir Gasparus Almunia, patritius Valentiensis, idemq; Eques auratus, situs locorumq; uniuersae Hispaniae scientissimus, utroq; presso pollice summis laudibus, ad coelum usq; tulerit, insuper etiā earundem tabularum, quod certissime essent omniq; errore, & uitio carerent, maximum hinc secum numerum, Hispaniam asportauerit. Alter, Reuerendus dominus Petrus Arches, eiusdem ordinis cultor strenuus, professor perhēnis, obseruator peruigil, atque hic certo uir doctissimus est, siquidem Hæbraicæ, Græcæq; linguarum peritus, Theologus summus, Philosophus clarissimus, simplicis medicinæ

inuestigator aßiduus, Mathematicarum disciplinarum peritus, quas a me, una cum supradicto doctißimo uiro Reuerendo domino Vincentio, loco & tempore diuersis, iuuene licet, uir uterque ætatis prouectæ discere non dubitauerit, i nunc si horũ testimonium uirorum absolutorum contẽnas, q̃d ego, ne nimis longus sim prudens prætereo, & alijs quibus plus otij superest, scribẽda relinquo, nimirũ cum neq; meæ sit professionis historias texere, sat habẽs in commemoratis ut constet lectori, me hic nõ aliud quã proposui uenari. Tibi igitur tali & tanto, tamq; clarißimo & excellentiß. qui apud principes uiros, semper primas obtinueris nec sine causa. Hunc primũ fœtum, non usq; adeo deformatum dedico, quem primitias lucubrationum laborumq; meorum, tali animo suscipias precor, qualẽ erga oẽs doctos bonarumq; & scientiarum & artium studiosos gerere soles, nihil moratus rudem, & Mineruã, & stilum, nã uti dixi, rebus districtus, minutijs grãmaticis ipsiq; eloquentiæ, nã totum penè requirũt & hominem & ætatem, uacare non potui, breuis nimirũ cum nobis oĩbus concessa sit uita, & ad indaganda archana insufficiẽs, scientijs eam placuit a teneris unguiculis cõsecrare, atq; huc usq; progressus sum (Deo duce) sine monitore præceptoreq; ullo, nullum gymnasium unquam, nullamq; scholam frequentaui, neque hoc studui, quod uulgus solet (sed absit uerbo arrogantia) pro tempore in scholis transacto, eruditionem estimare, ac septennario finito finem studijs imponere, sed dum uiuo, illa prosequi. Id igitur quicquid est, tenue

licet sit, uti alias quoque scientias, marte meo consequutus sum, nemine mihi præeunte. Cæterum quia cuiusque quod suum est reddi debet, nam & pium, & iustum est, Nicolaus Tartalea, mihi quatuor primos libros solos Euclidis legit, reliqua omnia, priuato & labore & studio inuestigaui, uolenti namque scire, nihil est difficile. Adde quod Mathematicæ disciplinæ, neque tantum requirunt splendorem, neq; si quis peritus linguarum cõtendat ad elegantiam rem reducere, egregium quid effecerit, quia mutato usu Mathematicæ loquendi, ipsiusque scientiæ terminis, sensum facile perturbauerit, & ex nihilo nihil apprehensum obtinuerit. Quare morem scholarum sequutus, ostentatione elegantiæ explosa, uerbis nudis in demõstrationibus usus sum, hac in parte ueterum uestigia sequutus, qui nudis uerbis scientias resq; ipsas docebant, quem modum docendi, nobis deuastarunt scioli uel potius circulatores, garruli, rebus ipsoq; iudicio communi destituti, garrulitate siquidem apud uulgus, laudem summam consequuntur, & pro doctis circunferuntur, nec mirum, cum scientiarum perfecta exquisitaque peritia, paucissimis detur, non obstante quod multi permulta de omnis generis & scientijs & artibus scribant, permultaque garriant, fucis suis, & ampullis imperitorum oculos perstringentes, quæ ubi ad lucem quis contemplatus fuerit, nugas maxima in parte furtaq; nouis ornata fucis clare uidebit, faciunt enim hi omnes perinde atque fures, qui equorum furto ablatorum, ne (donec quo tendunt perueniant)

agnoſcantur, nouis frenis ora impedire ſolent, nequicquam multotiens, uti & iſti, cum Aeſopica cornicula, ſemper ſ[i]bi ſimilis maneat, detractis, quas undiquaq; corraſerat plumis. At quanto ſatius facerent iſti, ueterum præſtantiſſimorum uirorum monimenta illuſtrare, & poſteritati cōmendare, ac ſi quid deeſſet (quemadmodum plurima deſunt, nam & ipſi quoq; homines erant, hallucinari & labi poterant; neq; illis ipſis, omnia ſuo ingenio ad amuſsim eruere cōceſſum fuit, prout Rodolphus Agricola teſtatur & docet, alij item permulti) addere, & non nugis impoſturiſque, uanæ gloriæ & quæſtus cauſa, præſtantium iuuenum ad maxima habilium, animos remorari, argumentis ad id, labris ſuis ſimilibus ex Leſcha deductis, & Sophiſmatibus uniuerſaliſtarum aſylo decoratis, ubi in Deum ipſamq; Remp. quæ uel ipſius uitæ diſpendio iuuanda erat, peccant. Præcor Deum, ut aliquando tandem aliquem principum excitet, qui in eiuſmodi, extreme aduertat, & ſumpto ſupplicio tanti tamq; inſatiabilis ædendorum librorum uel potius neniarū cacoëtis ut Martialis uerbo utar, aurea ſecula nobis reſtituat, quod dubio procul breui ſperandū eſt, & iamiamq; cœpiſſe renaſci certo conſtat, in tanta nimirum, cum doctiſſimorum in omnis generis facultatibus uirorum, tum librorum copia, quæ elapſis ſeculis deſiderabantur, prout Philoſophi cuiuſdam pauci libri, maximo ære coempti teſtātur, & alia multa, quæ huius loci non ſunt. Redeo igitur ad propoſitum. Conſilium meum in enucleandis problematibus fuit, non niſi

ea interpretari, quæ magis necessaria in communi uita esse uidebantur, & non quod deessent alia infinita, ordinem item Euclidis non seruaui, eo quod instituto meo non quadrabat, quæque enim patella, proprio opus habet operculo, atque Euclides equidem suo genio satisfecit, ego item hic meo, sicut peritis omnibus eius sciẽtiæ patebit. Adde quod & plura problemata in arctius cogere potuissem, si tempus ipsaque occasio passa fuissent, sufficit mihi modo, tanta meo marte potuisse eruere archana, cum nullo unquam re collata ob meam, natura mihi datam uitam solitariam, quam iudico plus utilem esse, quam inter uulgus conuersari. Cæterum proposito meo ipsique lectori satisfaciens, ne nos adulatorum more, fictitia dicere, aut facere opinetur, dicatque, hæc mea ad te nunquam pertinere, sequentia perpendat, & certus erit, ad neminem alium talia plus quadrasse, quam ad te, propter artificium sursum ferendarum continuo perpetuoque circuitu aquarum, cuius rei ego, demonstrationem ex ipsa mathematica sole clariorem inueni, quam præsens præsenti, dum tempus tulerit, dicam, ubi cognosces, omnium quas hic uastus mundus continet rerum, uel eam solam esse pulcherimam, nec minus demonstratiuam, omni alia Mathematica demonstratione, non excluso quód grauia inferiora, leuia superiora petant, admirationis equidem res est plena, ast ego in admirationem nõ conuertor, rem te tam difficilem excellentemque inuenisse, ut quem sciam, acerrimi ingenij conceptorumque esse, miror per omnem modum,

te tam arduum ſecretum prouulgare ſtudere, cum iniuria ſumma naturæ, cuius nos imitatores eſſe decet, quantum eius ſit poſsibile, tenaciſsima etenim eſt admirabilium ſuorum ſecretorum, quæ uix alumnis etiam cultoribuſque ſuis, multa cautione, tandem poſt multos labores cõcredere magno cum ſacramento ſoleat, uulgus auerſans centicapitum, in perpetuum. Quare & te præcor ut manum contrahas inhibeaſque te a prouulgatione tanti myſterij, quod illi ſoli debetur quem aurea mẽſa cœlitus delapſa, mortales dignati ſunt, cuſtodemque eidem ſtatuas tanquam ligno uitæ, si cum natura gratiam inire cupis, de qua re, plura non ſcribo, cum ipſe iam pridem admonitione minima etiam atque etiam pœnitudine duceris, iniuriæ naturæ factæ. Quod reſtat sic habeto. Olim cum adhuc una eſſemus, magno me opere oraſti obſecratuſque es, aliqua de motibus naturalibus ſpeculatione ſollicita conſcriberem, idem quantum poſsibile eſt Mathematicis demonſtrationibus muniens. Iuſta cum obnixe precatus ſis, libens humeros tanto ſuppoſui oneri. Igitur menſe Septembri tranſacto ruri exiſtens, ne tumultus urbani amicorumque frequentia (quibus ubi res uocat operam denegare inhoneſtum indecorumque eſt) animum in diuerſa traherent, commisi animum altiſsimis ſpeculationibus Philoſophiæ naturalis, Mathematice, & alijs id genus ſcientijs, & ne in uanum currerem, menſque fine ſuo fruſtraretur, & petitioni tuæ ſatisfieret, tres libros (Domino ita cooperante) compoſui. Vnum opus continet de-

monſtrationes multorum ſecretorum, naturalium & Mathematicarum, hunc ædere breui tempore mens non eſt, cum indies aliquid illi adhuc quæ deerant accedit, de ſecundo opere non dico, nam hoc ſi fors ita tulerit, ſub prælum dari & breui etiam poterit. Tertium ipſe coram cernis, tuo nomini conſecratum, uti iam dixi. In primo autem uolumine, quod a me efflagitaſti concluſi. Cæterum, quia animus non eſt id euulgare, ob rationes aſsignatas, queſitum breuibus reſoluam.

Scito igitur proportionem corporis ad corpus (dentur modo homogenea & uniformia) ita ſe habere, ſicuti ſe habet uirtus ad uirtutem.

Sint exempli cauſa, duo corpora plumbea & inæqualia a. & e. literis inſignita, quorum, corpus. a. notatum, tripli ci quantitate, ſuperet. e. atque iam infero, maſſam. a. pondere triplici exceſſuram corpus. e, notetur itaque pondus. a. litera. b, & . e ſignetur f. & mente concipiatur corpus. a. diuiſum eſſe in treis æquales parteis. c. d. g. uidelicet, quarum partium pondera. h. i. K, iam manifeſtum eſt pro præſuppoſito, ſingulas parteis. c. d. g. æqualitate reſponſuras corpori. e ponderabitque per communem ſcientiam æqualiter. f. Quod ni foret, una quæque partium. a. pro homogenea non reputaretur cum corpore. e. & ita pugnaret cum præſuppoſito. Poſtquam igitur. h. i. K. inſimul æquiparet. b. ſoli, per communem ſcientiam, erit quoque, iuxta ſeptima quinti Euclidis, proportio. b. ad. f. ſicut. h. i. K. ad idem f. ſed pondus

b.i.K.ad.f.triplum eſt, erit igitur & pondus.b.triplum ad f. qua ratione patet inſtitutum.

Porrò ſuppono proportionem motus corporum ſimilium, ſed diuerſæ homogeneitatis, in eodem medio, atque æquali ſpatio eſſe, quæ eſt inter exceſſuum (in ponderoſitate, inquam uel leuitate) ſupra illud medium, dummodo formam æqualem illis corporibus ſortitum fuerit. Et econuerſo, ſcilicet quod proportio exiſtens inter exceſſus ſupra medium ut dictum eſt, eandem eſſe, quæ inter motus illorum corporum. Atque, hoc modo id patebit. Sit medium uniforme. b.f.g. puta aqua, in qua intelligantur duo corpora diuerſæ homogeneitatis, id eſt diuerſarum ſpecierum. Verbi gratia, corpus.d.e.c.sit plumbeum, corpus uero.a.u.i.ligneũ, ſed utrumque eorum grauius ſit corpore aqueo ſibi æquali; dentur etiam corpora illa, ſphærica, atque aquea ſint.m. &.n.centrum mundi imaginemur per.ſ. terminus uero ad quem, ſit in linea.h.o.x.K.a quo, autem, ſit in linea.a.m. d.quæ æquidiſtet lineæ.h.o.x.K.& ambæ circulares ſupra centrum mundi.ſ.tunc ductis.ſ.o.&.ſ.x.uſque ad lineam termini, a quo, erunt lineæ interſectæ ab illis terminis inuicem æquales per tertiam conceptionem Euclidis (nam per definitionem eiuſdem, omnes lineæ, a centro alicuius circuli, ad circunferentiam rectæ protractæ, ſunt inuicẽ æquales) imaginemur etiam centrum corporis.a.u.i.poſitum in puncto interſecationis lineæ.ſ.o.productæ, cũ linea.a.m.d.& corporis.d.e.c.cum linea.ſ.x.præterea, corpus aqueũ æqua

le corpori.a.u.i.sit.m.reliquum uero æquale corpori.d.e.c sit.n. sit etiam corpus.d e.c.octuplum in ponderositate corpori.n.& corpus.a.u i duplum corpori.m. Nunc igitur dico quòd proportio motus corporis.d.e.c ad motum corporis.a.u.i. (manente hypothesi) eadem est, quæ inter exuberantia corporum.d e.c. & .a.u i. supra corpora.n & .m id est quôd tempus in quo corpus a.u i.mouebitur, septuplum erit ad tempus in quo corpus.d.e.c.nam manifestum est per tertiam propositionem libri de insidentibus aquæ Archimedis, quod si corpora.a u.i & .d.e.c.essent æque grauia corporibus.m.& .n.unumquodque eorum suo æquali, nullo modo mouerentur, nec sursum nec deorsum, & per septimam eiusdem quôd corpora grauiora medio, deorsum feruntur, corpora igitur.a.u.i. & .c.e.d, deorsum ferentur, resistentia ergo humidi (hoc est aquæ) ad corpus.a.u.i.est proportionis sub duplæ (quod patet per communem scientiam) ad corpus uero.d.e.c. sub octuplæ: tempus igitur in quo centrum corporis.d.e.c.transibit datum spatium, in septupla censebitur proportione (in longitudine) ad tempus in quo centrum corporis.a.u.i.supradictum mensurabit (motu naturali dico, nam, per lineas breuiores, natura in omnibus agit, id est per lineas rectas, nisi quid impedierit,) quia ut ex prædicto Archimedis libro colligere est, proportionem motus ad motum, non habere respectum ad proportionem grauitatis, quæ est inter.a.u.i. & .d.e.c, sed ad proportio-

nem, quæ eſt inter grauitatem.a.u.i.ad.m.& .d.e.c.ad.n. conuerſum autem huius ſuppoſitionis ſatis patet, cum dicta clara ſint.

Modo dico quod ſi fuerint duo corpora, eiuſdem formæ, eiuſdemq; ſpeciei, æqualia inuicem, uel inæqualia, per æquale ſpacium, in eodem medio, in æquali tempore ferentur. Hæc propoſitio manifeſtiſsima eſt, quia ſi non inæquali tempore mouerentur, eſſent neceſſario diuerſarum ſpecierũ corpora illa, per conuerſum præmiſſæ ſuppoſitionis, aut mediũ non daretur uniformæ, uel ſpatia eſſent inæqualia, quæ omnia pugnarent cum hypotheſi.

Sed oſtenſiue. Sint duo corpora g.& .o. ſimilia (sphærica) & homogenea, medium uero uniforme.b.d.f, lineæ termi norum æquidiſtantes circulares ſupra centro.ſ.per terminum, a quo, tranſeat linea p.i.q.per terminum uero ad quē r.m.u.t. Nunc infero, corpora.g.& o.in æquali tempore moueri per dictum ſpatium, motu naturæ in prædicto medio, ſit exempli gratia corpus.o.quadruplum in quãtitate ad.g. patet quoq; per ſupradicta quod, quadruplum etiam erit in ponderoſitate ad g. (nam ſi eſſet ei æquale in utroq;, tunc nulli dubium eſſet, quin corpora illa, inæquali mouerentur tẽpore) diuidam modo corpus.o.imaginatione, in quatuor æquales partes, ſuo toto ſimiles, (ſphæricæ figuræ) ſint itaque.h.K.l.n. quarum centra ponam in linea.p.q.ita quód diſtantia inter.h.& .K.eadem habeatur, quæ inter.l.& .n, lineam item.K.l. diuidam per æqualia per uigeſimamquintam

primi huius, in puncto .i. qui quidem erit centrum grauitatis corporum .h. K. & .l. n. per communem scientiam, coadiuuante tertia propositione libri de centris grauium Archimedis, præterea, manifestum est quod unumquodque corporum .h. K. l. n. in æquali tempore mouebitur a. p. i. q. ad r. m. u. t. ei in quo .g. (nam unumquodque eorum æquale & æque graue est, corpori .g. per conceptionem Euclidis) per primam conceptionem ergo, corpora omnia scilicet .h. K. l. n simul ab eodē instanti demissa, æqualiter moue buntur, hoc est, in æquali tempore, & semper linea transiens per eorum centra, æquidistabit lineæ .r. m. u. t. Demum, si intelligatur linea ducta per centrum .i. & corporis .o. diuisa per æqualia per supradictam uigesimā quintā primi huius, tunc punctus ille diuisionis, erit centrum ponderis .h. K. l. n. & .o. per supradicta, nunc uero, si linea illa intelligatur moueri ui corporum prædictorum, demissa a linea .p. q. uel ei æquidistans (quia tunc etiam esset æquidistans .m. u. r. t. per communem scientiam, semper erit æquidistans .m. u. r. t.) corpus .o. in æquali tempore, motu naturæ, mouebitur per datum spatiū, ei, in quo corpora .h. K. l. n. mouebuntur (nam resistentia medij ad corpora .h. K. l. n. eadem est, quæ ad corpus .o. per id quod supradictum est, coadiuuante decimasexta quinti Euclidis, est enim idem pondus eademq; species) sed idem est, in quo .g. per communem scientiam, quod est propositum.

Possum quoque per hanc ostensionem, partem supradictæ suppositionis demonstrare, hoc est, quod si fuerint duo

corpora, eiusdem figuræ, sed diuersæ homogeneitatis, inæqualis etiam corporeitatis, & utrunq; eorum, grauius medio, per quod feruntur, sit etiam minus eorum, grauioris speciei quam maius, sed maius, plus ponderet minori, tunc dico quod suppositio supradicta uera est.

Sint exempli gratia duo corpora.m. & .n. eiusdem figuræ, at, diuersæ homogeneitatis, sint etiam inæqualia) nam de æqualibus, nulli dubium erit (quorum maior sit.m. sed species corporis.n. grauior sit specie corporis.m. esto etiã corpus.m. grauius corpore.n. & utrunque eorum, grauius corpore medio per quod feruntur. Dico nunc, quod suppositio uera est. Intelligatur primum corpus.a.u.i. æqualis similisq; figuræ corpori.m. sed speciei corporis.n. tunc circa corpora.a.u.i. & .m, suppositio, clarissima est, sed per præmissam ostensionem, corpus.n. in eodem tempore mouetur, in quo corpus.a.u.i, quare constat propositum.

Ex his liquet, motum magis uelocem, non causari ab excessu, uel grauitatis, aut leuitatis, corporis uelocioris, collatione tardioris (datis corporibus similis figuræ) uerum ex differentia speciei, alterius corporis ad alterum, grauitatis leuitatisue respectu, quæ res non est ex mente Aristotelis, aut alicuius suorum commentatorum, quos mihi quidem uidere, & legere contigit, aut etiam contulisse cum eiusdem professoribus. Eandem scito quoq; rationem esse motuum uiolentorum, dummodo inuicem uires mouentium sint proportionatæ fortitudinis inter sese &c. Item ubi

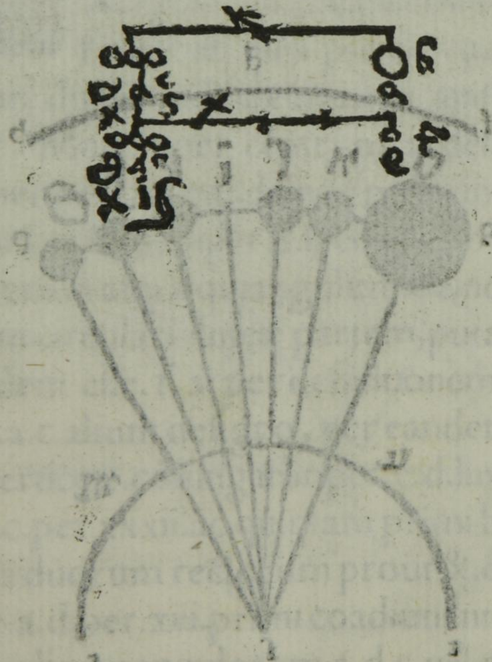
faciunt æquales angulos supra orizõtem, aut infra, sed ordine contrario motui naturæ, quia motus uiolentus uelocior est in principio quam in fine, & econuerso accidit motui naturæ, nam cum motu uiolento, semper motus naturæ aliquantulum est permixtus. Si orizontaliter, uel etiam angulariter supra, aut infra orizontem fuerit, & in tantum natura agit, quousque finem aliquem imponat motui uiolento, sed si perpendiculariter, uiolentia facta fuerit supra orizontem, & uersus locum quem corpus illud petit secundum suam naturam, tunc natura minime potest reluctari quin uiolentia eam semper commitetur, respectu termini a quo. Hæc libentius priuatim ad præces scripsissem, quam publice euulgassem, nisi (quod sæpe accidere uidemus) interceptionem literarum timuissem, ne, ille quisquis tandem fuisset præripuisset, & nomine suo, aut alicuius suorum in lucem, hanc demonstrationem ædidisset, & ego, oleum & operam perdidissẽ, prout multis alijs, nostroque seculo accidit. Est siquidem genus quoddam hominum, fucos uocant, qui predicari, magniq; fieri gaudent, sed labores fugiunt, gloriam maximo, & labore, & sudore alieno partam, per fas nefasq;, in sese transmouẽtes, eam ob causam coactus sum, eam, ita uti cernis, ædere, nimirum, cum uolumen de quo dixi, euulgãdi, nunc animus non sit, in quo multa alia maiora his continentur.

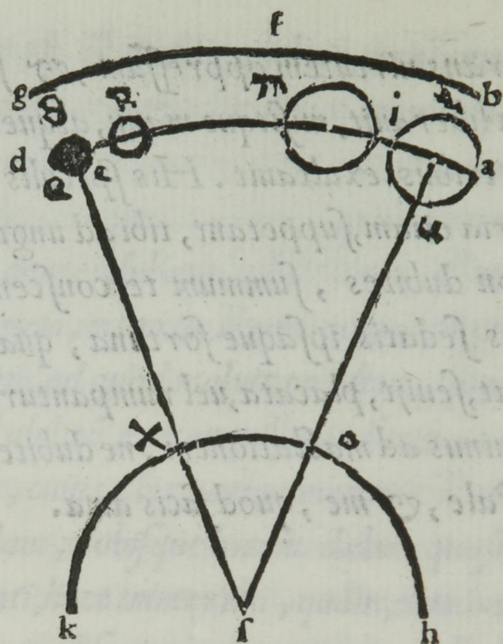
Quod superest, lætus transigas, & ad annos usque Metusalem opto uitam extendas tuam, una cum nobili generoso, armorum bellandiq; peritissimo, domino Ioanne de Guz-

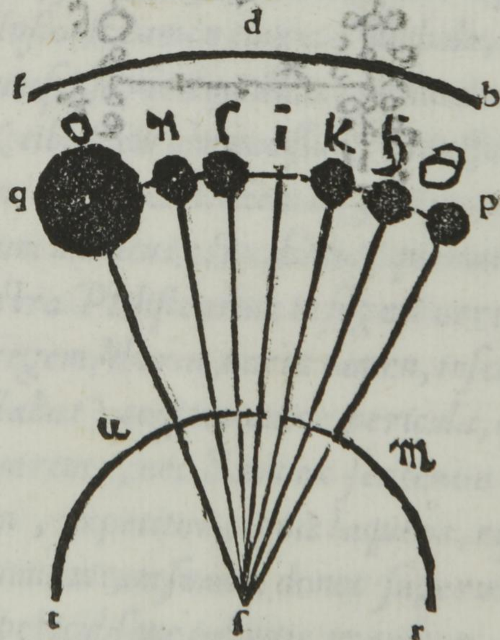
man fratre tuo, alijsq; omnibus. Nihil moratus, liuidos obtrectatores, qui tuum apud uulgus denigrant honorem, o Abbas uir uirorum præstantißime, bono animo esto, quod non nisi a fece hominum peteris, qui ruditate preßi, inuidiaq; distenti, & quibus pro esca maledicta habentur, mali cum sint, non nisi maledicere norunt, ij, cum finem maledicendi nã faciant, certus sis, quod breui dabunt grauißimas suorum mẽdatiorũ pœnas, & iamiamq; festinat ruina talium, perfer & obdura, uindictam sumptam ex inimicis tuis, ultionemq; uisurus, nullum unquam seculum, tales tamq; pestiferos obtrectatores, impunitos abire uidit, qui maximis & in Republica primis heroibus, obstrepere oblatrareq;, & blasphemijs cõtraire, apud sui similes, eiusdemq; farinæ homines, non desistunt. Atq; mihi sæpißime mecum cogitanti, unde dißidium illud, & ceu fatale odium, ortum duceret, non aliud ocurrit, quam quod, andipathia quædam naturalis, & ipsa condolentia ex bono, eius, qui prædicatur, eorumq;, qui sub ea degunt umbra, & de fructibus quantum sat est percipiunt. Hi enim, clari, candidi, sinceri, benigni, & re ipsa, boni cum sint, non nisi bona, moliuntur. Illi sordidi, uiles, ex stercoribus extracti, non nisi sordes, ipsamque pestem, & olent, & spirant. Talia igitur peripsemata, hoc perpetuum habebant studium lacerandorum, bonorum, & principum uirorum. Zoilus obstitit Homero, qui, & de saxo præcipitatus, uirtutis tam insignis, premium tulit. Alexander eũ, qui fumos uendebat, fumis suffocauit. Sed ubi præstantium

uirorum, in utraq; Republica, tibi in mentem uenerit, qui ob
res præclare gestas, ingratitudinem experti sunt, tuam sor
tem mitius feres. Scis Ciceronem patrem patriæ (quem cor
ui etiam, animalia alioquin rapatia, & cadaueribus insidian
tia, liberare contendebant) Helluo Antonius misere
occidit. Scipionem, imperio Romano in integrum restituto
in exilium pulsum, ad quod maluit prodire, quam Rempubli
cam tam bene stabilitã, è tranquillo, in summas conicere tur
bas, excidiumq;, cuius, his uerbis meminit Terentius. Ego
hinc rus concedam, uobisque locum dabo, quasi dicat, præ-
stat me solum pati, licet immerito, quâm, tam bene stabilitam
Rempublicam, in discrimen commitere. Fabium Maxi-
mum, qui cunctando, Romanis, restituit rem, etiam si agros,
bonaque alia suaipsius propria, iuuandæ Reipublicæ causa
uendidisset, collusionis tamen cum Annibale, uel ab ipso Se
natu insimulatum fuisse. Sed quid hæc commemoro, sanctorum
patrum uitas (tibi, si cui alij notissimas) inspiciamus. Iaco
bo frater Esau, ob benedictionem illi, summo, optimoq; iure
debitam, exitium minatus est. Dauit quamuis Goliath oc-
cidendo, & castra Philisteorum in fugam uertendo, Israe-
lem, ipsumque regem, liberat, uaria tamen, inscius (nam rex
rem astu tractabat) cogitur adire pericula, quæ, dum He
roica superat uirtute, nec Sauli ex sententia res cedit, ad
mortem tandem, expetitur, cuius laqueos, etsi effugisset,
omnem nihilominus uitam suam, donec superuixerit Saul, in
labore summo, periculisque infinitis, transegit. Quod, Do

minus perluſtrans uirtutem oppreſſam, & ſeruituti addictam, propria liberauit, miſitque manu, atque Dauidem ſuper duodecim tribus exaltauit. His ſpeculis (licet alia innumera illuſtria etiam, ſuppetant, tibi ad unguem notiſſima) admonitus non dubites, ſummum te conſcenſurum uerticem, fluctibus ſedatis ipſaque fortuna, quæ in te durius, quam par erat, ſeuijt, placata, uel rumpantur ilia codri, pro ducet eos dominus ad mactationem, ne dubites, iterum atq; iterum, Vale, & me, quod facis ama.



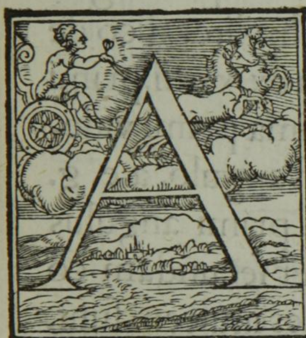

f
g
b
d
a
x
o
k
h


d
f
b
i
q
p
t
r

LIBER PRIMVS

PROBLEMA PRIMVM HVIVS, EVCLIDIS VERO SEXTVM PRIMI.

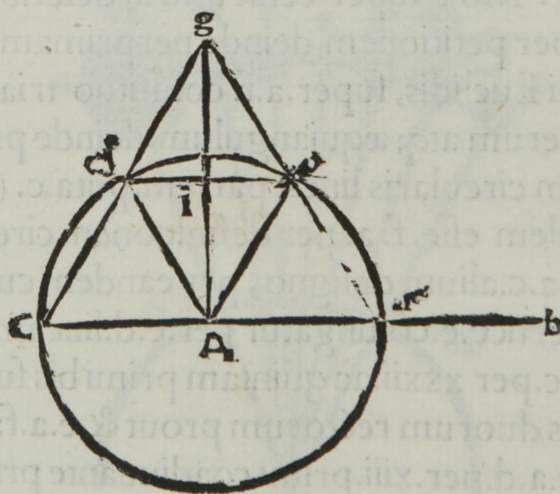




B ALIQVO *puncto datæ lineæ, cum data circini apertura, lineam perpendicularem super datam lineam eleuare.* L.p.r.6

ESTO linea. a.b. in qua datus sit punctus. a. data etiam apertura. a. f. iam ab ipso puncto. a. lineam perpendicularem ducam ad lineam. a. b. apertura circini a.f. mediante. Mox super centrum. a. describo circulum. f.e.d.c. per petitionem, deinde per primam propositionem primi Euclidis, super. a. f. constituo triangulum f.e.a. æquilaterum atq; æquiangulum: deinde protracta f.a. ad alteram circularis lineæ partem, puta. c. (nam patet. a.c. æqualem esse. f. a. per definitionem circuli) nec non & super. a.c. alium designo, per eandem cuius vertex. d. cum vertice. e. cōiungatur per. e. d. lineam: & quia angulus. d. a. c. per xxxii. ac quintam primi bis sumptam est tertia pars duorum rectorum prout &. e. a. f: erit ergo angulus. e. a. d. per. xiii. primi coadiuuante prima conceptione, æqualis vni angulorum. a. d. c. vel. a. e. f. qua ra-

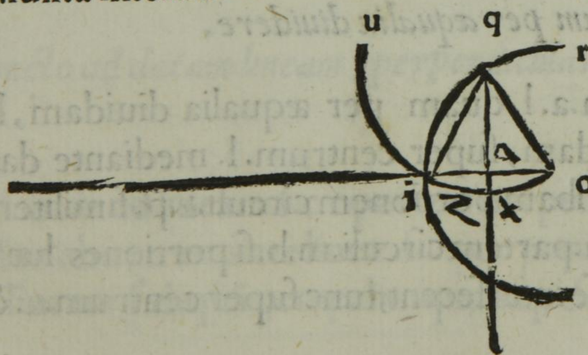
tione per iiii. primi.e.d.æqualis.a.c.&.f.a. & angulus.a. d.e.angulo.a.e.d.per v.eiusdem, cum.a.d.æqualis sit.a. e.per definitionẽ circuli, præterea angulus.a.d.e. angulo.d.a.c.æqualis est per primam conceptionem propter hoc quia per. xxxii.primi angulus etiã.e.d.a.tertia pars est duorum rectorum. Quare per xxvii. dicti.e.d. est æquidistãs.f.c. Porrò per primam primi constituam super.e.d. triangulum æquilaterum, & a puncto autem a.ad punctum.g.ducam lineam.a.g. Modo quia anguli g.d.e.&.a.d.e.æquales inuicem sunt: & similiter dico de angulis.g.e.d.&.d.e.a. quemadmodum ex.xxxii.primi vna cum prima cõceptione,nec non prima primi videre est,demum angulus.a.d.g. æqualis est angulo. a.e. g. per communem scientiã,deinde per. iiii. primi angulus g.a.d.æqualis est angulo.g.a.e. igitur per secundam cõceptionem anguli g. a. c. &.g.a.f. æquales inuicem sunt, ergo per definitionem pate t propositum.



PROBLEMA II. HVIVS.

Datam lineam quæ minor ſit data apertura in longum atq; directum producere, ita q; pars protracta æqualis ſit priori parti datæ.

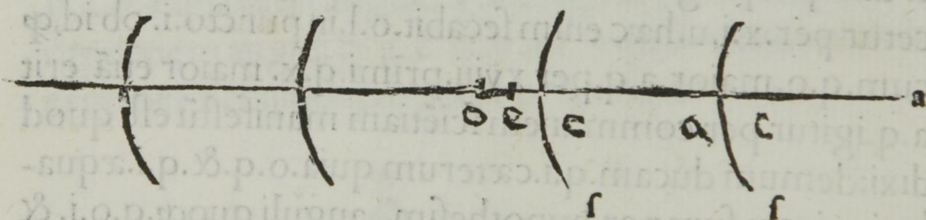
Sit data linea.o.a.& apertura.a.l.quæ quidem maior ſit, data linea ducam modo.o.a.in longum directumq;, itavt pars producta æqualis ſit datæ lineæ ſcilicet.o.a. nam in puncto.a.ad lineam.o.a.erigam perpendicularē lineam per præcedentem, quæ ſit.a.q.quam etiam protrahā in in alteram partem: deinde ſuper cētrum.o. deſcribo circunferentiā.r.q.z.quæ vt patet ſecabit.a.q.lineam in pū cto.q.cum.o.a.minor ſit.o.z.per hypotheſim.præterea coniungo puncta.o.&.q.per.o.q. lineam, & ſuper centrum q.depingam aliam circūferentiæ partem quæ vocetur per.x.i.u.hæc enim ſecabit.o.l.in puncto.i. ob id, q cum.q.o.maior.a.q.per xviii.primi.q.x. maior etiā erit a.q.igitur per communem ſciētiam manifeſtū eſt quod dixi: demum ducam.q.i.cæterum quia.o.q.&.q.i.æquales inuicem ſunt per hypotheſim, anguli quoq;.q.o.i. & q.i.o.inuicem pares erunt per.v.primi: itemq; anguli.o. a.&.a.q.per xxxii.eiuſdem ergo per iiii.primi.o.a.æqualis eſt.a.i.iuxta intentum.



PROBLEMA III. HVIVS.

Si data linea maior fuerit data apertura, idem facere.

Data ſit linea.a.e.apertura vero.a.c.iam ſuper centrum.a. deſcribam portionẽ circuli.ſ.c.ita & in reſiduo.a.e. quouſq; perueniam ad partem lineæ.a.e.minorẽ data apertura, quæ quidem pars, ſit.c.e.nunc per ſupra dictam producam.c.e.vſq; ad.o.ita quòd.e.o.æqualis ſit.c.e.deinde.a.e.o.lineam, indefinite duco, ac in tot partes diuido partem ultimo protractam, data apertura mediante (principio ſumpto in puncto.o.)in quot diuiſi.a.c. atque per definitionem circuli & hypotheſim habebo propoſitum.

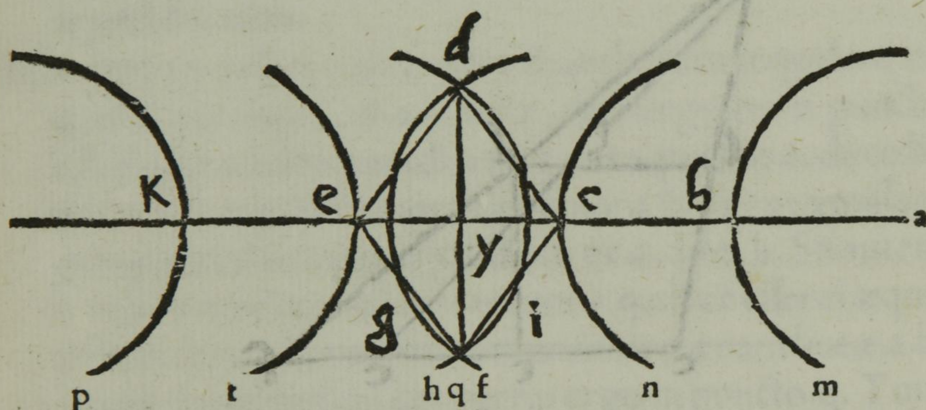


PROBLEMA IIII. HVIVS, ET V. PRIMI.

Datam lineam per æqualia diuidere.

Data ſit linea.a.l. quam per æqualia diuidam, hoc modo procedam, ſuper centrum.l. mediante data apertura deſcribam portionem circuli.k.p. ſimiliterq; ſuper centrum.a.partem circuli.m.b.ſi portiones hæ circulorum, non ſe interſecent, tunc ſuper centrum.k. & centrũ

b.duas alias circulorum portiones designabo, & sint.e.t.&.c.n.quæ si iterum se non intersecent, protrahā alias duas quarum centra sint.e.&.c.si se inuicem intersecent sint puncta intersecationum.d.&.q.cum per.x. tertii nō possint esse plura: deinde ducantur.c d.d.e.e.q.q.c.&.q.d.præterea.c.d.d.e.e.q.&.q.c. omnes inuicem æquales sunt per definitionem circuli.Modo per viii. primi trigona.d.e.q.&.d.c.q. æquiangula sunt, est etiam per iiii. eiusdem.c.y. æqualis.y.e.&.a.y.y.l. per ii. petitionem, quod est problema.

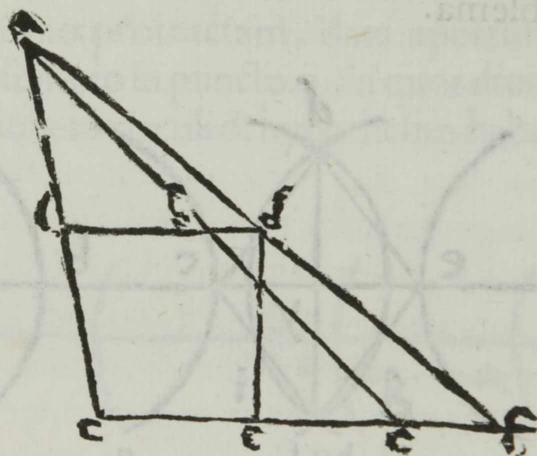


PROBLEMA V. HVIVS, ET VII. PRIMI.

A dato puncto ad datam lineam, perpendicularem protrahere.

Sit punctus.d.vnde ad lineam.f.c.oporteat perpendicularē ducere.Mox ab extremitate lineæ.f.c.per punctum datum duco lineam.f.d.quā protraho quousq; d.a. æqua-

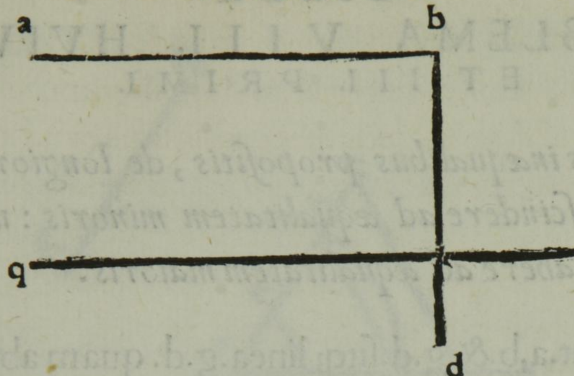
lis sit.f.d.per ii. vel iii.huius. deinde ducam.a.c.quam per æqualia diuido per præmissam in puncto.b.produco postea.d.b.quæ quidem æquidistans erit.f.c.quemad modum ex correllario xxxix. primi videre est, demũ ex puncto.d.ad lineam.d.b.extraho lineam qualiter prima huius docet,protractaq; ad lineã.f.c.ergo per xxix. primi,& definitionem lineæ super lineam perpendiculariter erectæ,patet.d.c.perpendicularem esse ad datam lineam a puncto dato.d.tunc ita patet problema.



PROBLEMA VI. HVIVS, ET X. PRIMI.

A dato puncto,lineam ducere æquidistantem datæ lineæ.

Datus punctus sit.e.a quo lineam ducere libeat æquidistantem datæ lineæ.a.b. erigo primo.a.puncto.b. ad lineam a.b.per primam huius perpendicularẽ quæ sit.b.d protrahoq; indefinitæ,ad quam a dato puncto.e. duco perpendicularem.e.q. per præcedentem, vnde per xxviii. primi arguendo habebo propositum.

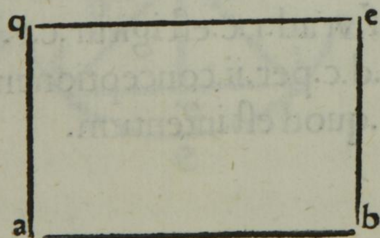


PROBLEMA VII. HVIVS.

A dato puncto, ducere lineam æqualem datæ lineæ, & sibi æquidistantem.

Esto datus punctus.e.ab eo extraham lineam æqualem æquidistantemq; datæ.a.b.lineæ, coniungo enim puncta e.&.b.per.e.b.lineam, deinde a dato puncto.e. duco lineam.e.q.æquidistanter datæ lineæ.a.b. per præmissam per quam, aliam etiam produco ex.a. ad.e. b. Sit autem a.q.quæ quidem concurret cum.e.q.aliter esset ei æquidistans & per xxx. primi æquidistaret etiam lineæ.a.b. contra hypothesim, concurrat ergo in puncto.q. Tunc manebit conclusa superficies æquidistantium laterum, atque hoc pacto per xxxiiii. primi.e.q.æqualis est.a. b.quod est problema.

Vnde patet correllarium quod perfecta erit superficies æquidistantium laterum scilicet.a.e.



PROBLEMA VIII. HVIVS, ET III. PRIMI.

Duabus lineis inæqualibus propositis, de longiori earum partem abſcindere ad æqualitatem minoris: uel minorem protrahere ad æqualitatem maioris.

Datæ lineæ ſint.a.b.&.g.d.ſitq; linea.g.d. quam abſcindere vel producere ad æqualitatem.a.b.oporteat,ducam primo lineam a puncto. d. æquidiſtantem & æqualem.a.b. ſitq;.c.d.per præcedentem deinde ſuper centrum.d.deſcribo circunferentiam.e.r.data apertura mediante,poſtea vero protraho.d.c. ad circunferentiam ſi opus fuerit,& ſimiliter.d.g.vel non, vel vnam earum tantummodo,prout oportebit,vel nullam, præterea duco.r.e. & a puncto.c,c.f.æquidiſtanter.e.r.per.vi.huius. tunc ſi.c.d. minor fuerit data apertura,erit per.ii.ſexti vt.d.c.ad.c.r. etiã.d.f. ad.e.f.& per.xviii.quinti vt.d.r.ad.c.r.ita.d.e.ad e.f.ſed per.xix.eiuſdem eſt.d.e.ad.d.c.vt.d.e. ad.d.f. demum cum. d.r. æqualis ſit. d e. erit per. vii. quinti. d. r.ad.d.f.vt.d.e.ad.d.f.erit enim per.xi.eiuſdem.d.r.ad.d. c. vt ad.d.f. & per.ix. eiuſdem.d.c.æqualis.d.f. ergo per primam petitionem.d.f.æqualis.a.b. Sed ſi. d.c. longior data apertura fuerit per.ii.ſexti erit.d.r. ad.r.c.vt.d.e.ad e.f.& per.vii.quinti.d.r.ad.e.f.vt.d.e.ad.e.f.& per.xi.eiuſpem.d.r.ita ad.e.f.vt ad.r.c.eſt igitur.c.r. æqualis.f.e. eſt ergo.d.f.æqualis.d.c.per.ii.conceptionem & per primã æqualis datæ.a.b.quod eſt intentum.

PROBLEMA IX. HVIVS, ET IIII. TERTII.

Datum angulum, per æqualia diuidere.

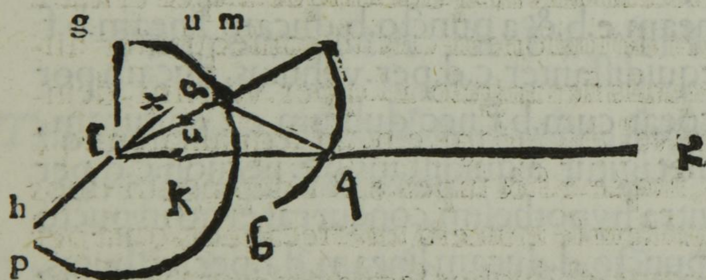
Datus angulus sit.o.a.p.quem per æqualia diuidam super centro.a. describo circunferentiam.c.e.b. producoq;.a.o.&.a.p.ad circunferentiam usque, nempe.a.o.i.e.a.p.l. porrò ducam lineam.i.l.eamq; diuidam per æqualia in puncto.n.per.iiii. huius, protrahendo etiam.a.n.præterea.a.l.æqualis est.a.i.per definitionem circuli &.i.n.linea lineæ.n.l.per hypothesim, anguli ergo.i.a.n.&.n.a.l. æquales inuicē erunt per.viii.primi, quod est propositū.

PROBLEMA X. HVIVS, ET IX. PRIMI.

Dato angulo, ſuper datam lineam angulum æqualem conſtituere.

Datus angulus ſit.u.l.k.& primo acutus cui æqualem conſtituam ſupra linea.e.n.in puncto.e.protraham enim.l.k.indefinite, eodemq; modo.l.u.& ſuper centro.l.deſcribo circunferentiam . g.a.p.proinde ſuper centro.a.circunferentiam.m.q.b.quæ quidem, lineam.l.k.proractã ſecabit, quod ſi non eſſet,tunc angulus.a.l.k.aut rectus eſſet,aut obtuſus.Hoc quidem uidere eſt in.xv. vel.xvii. tertii,ita eſſet contra hypotheſim igitur ſecabit &c.punctus vero interſecationis ſit.q.ducamque.a.q.& erit.a.l. æqualis.a.q.per definitionem circuli conſequenter angulus.a.q.l.æqualis fiet angulo.a.l.q.per.v.primi, deinde protraham,vel abſcindam. e.n. ad æqualitatem.q.l. per.viii.huius, ſitque.e.f.& ſuper.e.&.f.depingam duos circulos qui quidem ſe inuicem interſecabunt, quia per xx.primi.e.f.minor eſt duobus ſemidiametris illorũ circulorum ſimul directè iunctis, nam per prædictam.q. a.directè coniuncta cum.a.l.longior erit.q.l.modo per communem ſcientiam patet dictum,deinceps ab altero punctorum interſecationis, vtputa.i.ducantur.e.i.&.i.f. nam ipſæ per hypotheſim inuicem æquales erunt,etiam & lineis.a.q.&.a.l.demum per.viii. primi angulus.i.e.f. æqualis eſt angulo.a.q.l.ſed per.v.eiuſquidem.a.q.l.angulus par eſt cum angulo.a l.q.ergo per primam con-

ceptionem angulus.n.e.i.æqualis eſt angulo.u.l.k.dato, quod eſt propoſitum. Sed ſi angulus datus obtuſus fuerit,vt.u.l.h.protraham enim.h.l.in longum atq; directũ factuſque erit angulus.u.l.x.acutus per.xiii.primi, & cõmunem ſcientiam: nunc autem ſuper lineam.e.n.in puncto.e.conſtituam angulum(per hanc)æqualem angulo. u.l.x.ſit ille.n.e.r.vt in figura videre eſt, protractaq;.r.e. vſque ad.o.vel indefinite,erit tũc angulus.o.e.n. æqualis angulo.u.l.h.dato per.iii. conceptionem coadiuuante. xiii.primi. Si vero angulus datus,rectus fuerit, puta.u.l.t.erigam in puncto.e.perpendicularem ad.e.n.per primam huius ſitque.e.ſ.& per definitionem lineæ perpendicularis ſuper lineam,habebo problema per tertiam petitionem.



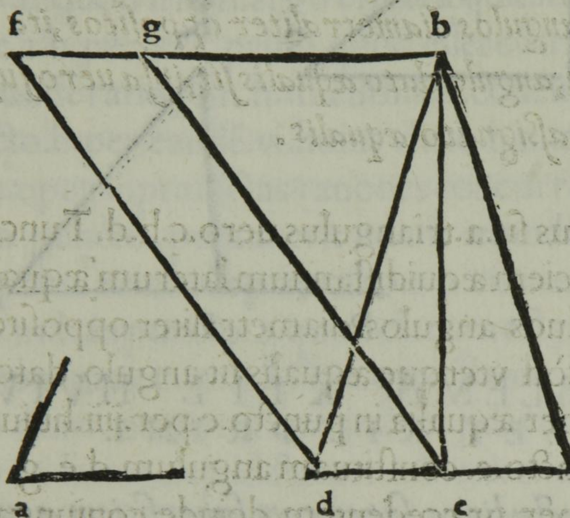


PROBLEMA XI. HVIVS, ET XI. PRIMI.

Aequidistantium laterum superficiem designare, habentem duos angulos diametraliter oppositos, ita quòd uterque eorum, angulo dato æqualis sit, ipsa uero superficies, triangulo assignato æqualis.

Datus angulus sit.a.triangulus uero.c.b.d. Tunc designabo superficiem æquidistantium laterum æqualem trigono.d.c.b.duos angulos diametraliter oppositos habentem, ita quòd vterque æqualis sit angulo dato.a.diuidā enim.c.d.per æqualia in puncto.e.per.iiii.huius, & super e.d. in puncto.e. constituam angulum.d.e.g. æqualem angulo.a.per præcedentem deinde coniungam.b.&.e. puncta per lineam.e.b.& a puncto.b.ducam lineam.b.f. indefinite & æquidistanter.c.d.per.vi.huius, ducam porrò.e.g.dum coeat cum.b.f.nec dubium est coituram, quod si non, esset igitur æquidistans.b.f. necnon.c.d.per xxx.primi, contra hypothesim, concurrat ergo in pucto g.præterea a puncto.d.ducam lineam.d.f.per.vi. huius, æquidistātem.e.g.usque quo concurrat cum linea.b.g. in puncto.f.quod quidem fiet per prædicta, & ita habebo superficiem laterum æquidistantium, quod clarum est, Erit etiam angulus.d.f.g.æqualis angulo d.e.g.per trigesimam quartā primi, & æqualis angulo dato, per primam conceptionem, deinceps cum trianguli.c.e.b.&.e.b.d.inuicem sint æquales per.xxxviii.primi, & parallelogramum.e.f.d.g.duplum sit ad trigonum.

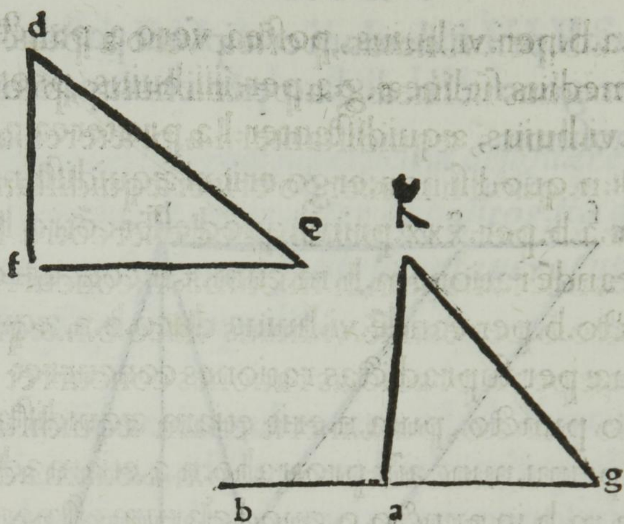
e.b.d.per.xli.primi,demum erit ipſum paralellogramũ æquale trigono.c.b.d.dato per conceptionem,quod eſt propoſitum.



PROBLEMA XII. HVIVS.

Triangulo dato, triangulum æqualem, ſimilemque conſtituere ſuper datam lineam

Triangulus datus ſit.e.d.f.cui æqualem ſimilemque conſtituam ſuper lineam.g.b.datam indefinitam. Abſcindo vel protraho.g.b.ad punctum.a.faciens.a.g. æqualem. e.f.per.viii. huius & ſupra puncto.g.lineæ.a.g.conficio angulum æqualem.d.e.f.per.x.huius ſit ille.k.g.a. deinde abſcindo uel protraho.g.k. ad æqualitatem.e.d.per dictam.viii.huius,poſtea vero duco.k.a.Tunc arguendo per quartam primi,&definitionem ſimilium ſuperficierum in principio ſexti poſitam, habebo propoſitum.

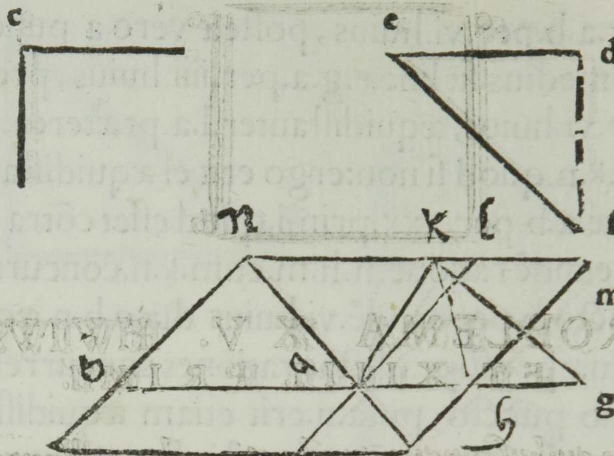


PROBLEMA XIII. HVIVS. ET XII. PRIMI.

Proposita recta linea, super eam superficiem æquidistantiũ laterum fabricare, quæ quidẽ superficies æqualis sit trigono dato, & duos habeat angulos diametraliter oppositos ita ꝙ uterque eorum æqualis sit angulo dato.

Data linea sit.a.b.angulus autem.c.triangulus vero.e.d.f. Modo super lineam.a.b.superficiem æquidistantium laterum designabo æqualem triangulo.e.d.f. habentem duos angulos diametraliter oppositos, ita ꝙ vterq; illorũ æqualis sit angulo.c.dato.Protraho enim.a.b.a parte.a.donec.a.g. æqualis sit.e.f.per.viii. huius, atq; super eam, triangulum æqualem triangulo.e.d.f.dato, constituo, scilicet.g.k.a.per præcedentem:mox super punctũ, a.lineæ.a.b.fabrico angulũ.l.a.g.æqualẽ.c.per.x.huius, deinde a puncto.k.protraho.k.m.n. indefinite & æqui-

distanter.a.b.per.vi.huius, postea vero a puncto.h.qui quidem medius sit lineæ.g.a.per.iiii.huius, protraho.h.m.o.per.vi.huius, æquidistanter.l.a.præterea.a.l.cōcurret cum.k.n.quod si non:ergo erit ei æquidistans & similiter lineæ.a.b.per.xxx.primi,quod esset cōtra hypothesim,per eandē rationem.h.m.cum.k.n.concurret. Porrò a puncto.b.per eandē.vi.huius duco.b.n.æquidistanter.a.l.quæ per supradictas rationes concurret cū.m.k.l.in aliquo puncto, puta.n.erit etiam æquidistans.h.m.per.xxx.primi,nunc aūt protraho.n.a.etiam ad concursum cum.m.h.in puncto.o.quod clarum est per supradicta quia concurrit cum.a.l.sibi æquidistante, vnde produco.o.p.dum concurrat cum.n.b.in puncto.q.sed ducta sit per.vi.huius,æquidistanter.a.b.erit etiam æquidistans.m.n.per.xxx.primi,ꝙ aūt concurrat cum.n.b.hoc satis patet per supradicta,tunc habebo superficiem æquidistantiū laterum scilicet.o.n.Demū protraham.l.a.ad o.q.in puncto.p.& erit.p.b.superficies laterum æquidistantiū per cōem sciētiam,duco post modum.k.h.& erit triangulus.g.k.h.æqualis triangulo.h.k.a per.xxxviii.primi,et per.xli.eiusdem,erit superficies.m.a.æqualis trigono.g.k.a communi scientia coadiuuante, & trigonus.e.d.f.æqualis erit superficiei.h.l.per primam conceptionē,sed per.xliii.primi,superficies.a.q.æqualis est superficiei.a.m.ergo per primam conceptionem superficies.a.q.æqualis est trigono dato.e.d.f.& cum habeat angulos ex aduerso collocatos, inuicem æquales per.xxxiiii.primi igitur.xv.eiusdem coadiuuante & prima conceptione,patet propositum.

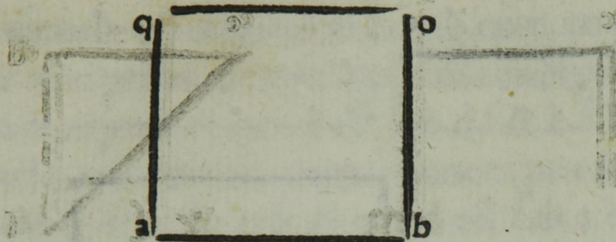


PROBLEMA XIIII. HVIVS, ET XIII. PRIMI.

Ex data linea, quadratum describere.

Data linea sit.a.b.super quam quadratum cõstituam, nam in puncto.a.per primam huius ad.a.b.protraho perpendicularem, quã produco vel abscindo ad.q. per.viii.huius, faciens eam æqualem.a.b.eodem modo a puncto.b. ad.a.b.duco perpendicularem, per prædictam primam huius, quæ resecta, vel ad punctum.o.protracta, per.viii. huius, constituens eam æqualem.a.b.erit quoque æqualis.a.q.per.xxx.primi: deinde protraho.q.o.præterea.a. q.&.b.o.æquidistantes sunt per xxviii.primi huius, & inuicem æquales, vt dictum est, erit etiam.q.o.æqualis & æquidistans.a.b.per.xxxiii.primi, & per.xxxiiii.eiusdem anguli.q.o.b.&.o.q.a.recti erũt, ergo per definitionem quadrati, habebo propositum.

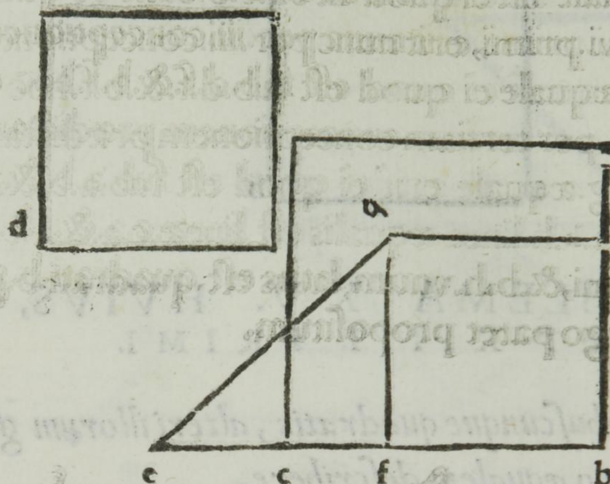
Problema



PROBLEMA X HVIVS, ET XIIII. PRIMI.

Propositis quibuscunque quadratis, alteri illorum gnomonem, reliquo æqualem describere.

Sint duo quadrati.a.b.&.c.d.sitq; propositum, gnomonem circunscribere quadrato.a.b.æqualem quadrato.c.d. protraham primo, unum latus quadrati.a.b.nempe.b.f.quousque.f.e.æqualis sit, uni laterum quadrati.d.c.per viii.huius, producens.a.e. Tunc erit, quadratum lineæ.a.e.æquale, quadratis duarum linearum, scilicet.f.a.&.f.e. hoc est quadratis.a.b.&.d.c.per.xlvi.primi, & cum per xx.eiusdem.b.e.longior sit.a.e.abscindam ab.e.b.lineam b.c.æqualem lineæ.a.e.per.viii.huius, & super eam per præcedentem, constituam quadratum, qui quidẽ æqualis erit quadrato lineæ.a.e.per communẽ scientiam, hoc est quadratis.a.e.&.d.c. Modo per tertiam conceptionem, intelligam propositum. Ex hac enim patet, quòd ex duobus quadratis datis, vnum possumus constituere, eis æqualem.

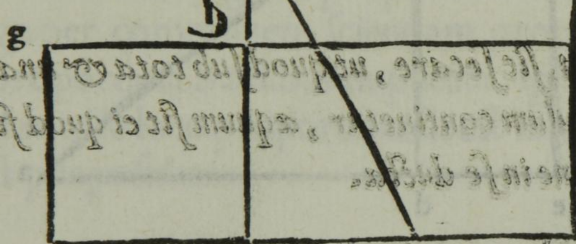


PROBLEMA XVI. HVIVS, ET I. SECVNDI.

Datam lineam, sic secare, ut quod sub tota & una portione rectangulum continetur, æquum sit ei quod fit ex reliqua sectione in se ducta.

Data linea sit.a.b.quam ita diuidam, vt propositum est. Ex ea enim constituo quadratum per.xiiii.huius, vt puta.a.d.cuius latus.d.b.per æqualia diuidam per.iiii.huius, in puncto.e.a quo ducam.e.a.&.e.b.producam, quousque e.f.æqualis sit.e.a.per.viii.huius, iterum ex.b.f.per prædictam.xiiii.huius, constituo quadratum cuius vnum laterum erit.b.h.per communem scientiam, protrahamq; g.h.vsque ad.k.quæ quidem per.xxx.primi, æquidistās erit.a.c.iam, quod est sub.d.f.&.b.f.cum eo quod fit ex.e.b.æquale est ei quod fit ex.e.f.per.vi.secundi, similiter ei quod fit ex.e.a.per primam conceptionem, sed quod fit

ex.e.a.æquale est ei quod fit ex.e.b.cum eo quod fit ex a.b.per.xlvi.primi, erit nunc per.iii.conceptionem quadratũ.a.b.æquale ei quod est sub.d.f.&.b.f.hoc est.d.g. quo pacto, per tertiam conceptionem prædictam, quadratum.b.g.æquale erit ei quod est sub.a.b.&.a.h.hoc est.a.k.quia.k.h.linea æqualis est lineæ.c.a.&.k.c.h.a.per xxxiiii.primi,&.b.h.vnum latus est quadrati.b.g.vt supra dixi, ergo patet propositum.

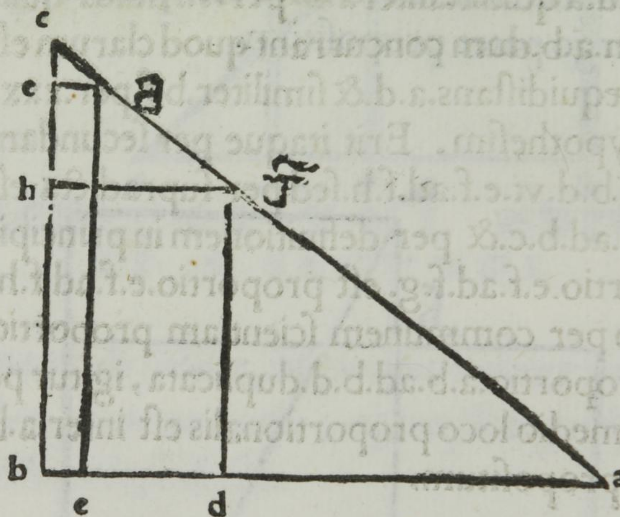


PROBLEMA XVII. HVIVS, ET IIII. SEXTI.

Datam lineam diuidere ad modum datæ lineæ diuisæ.

Data linea sit.a.c.integra, altera vero.a.b.per partes diuisa in punctis.d.&.e.eodem modo etiã.a.c.lineam diuidam, coniungo eas angulariter vt patet in figura qualitercũque contingat, & protraho.b.c.faciens trigonum.a.b.c. deinde a punctis.d.&.e.protraho duas æquidistãtes.b.c.

per.vi.huius, sintque.d.f.&.e.g.porrò a punctis.f.&.g. alias duas, per eandem ad.a.b.vt.f.h.&.g.e.tunc per secundam sexti erit vt.a.f.ad.f.g.ita.a.d.ad.d.e.&.f.g.ad g.c.vt.f.k.ad.k.h.ideſt vt.d.e.ad.e.b.(nã.d.e.æqualis eſt.f.k.&.e.b.k.h.per xxxiiii.primi,) eſt ergo.a.f.ad.f.g.vt.a.d. ad.d.e.&.f.g.ad.g.c.vt.d.e.ad.e.b.patet igitur propoſitũ.

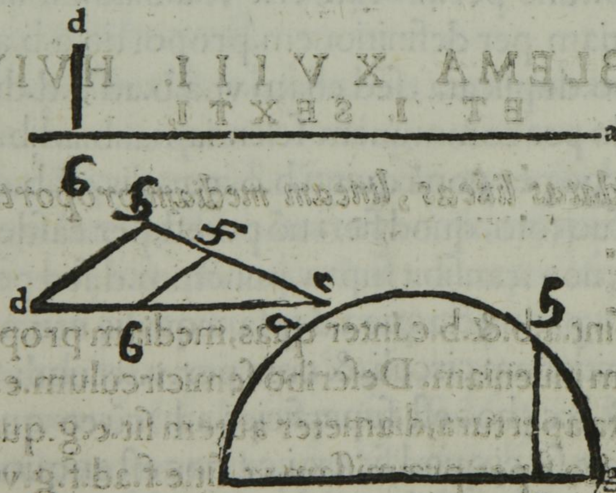


PROBLEMA XVIII. HVIVS, ET I. SEXTI.

Inter duas datas lineas, lineam mediam proportionalem inuenire.

Datæ lineæ ſint.a.b.&.b.c.inter quas,mediam proportionalem lineam inueniam. Deſcribo ſemicirculum.e.h.g.mediante data apertura,diameter autem ſit.e.g.quem diuido in puncto.f.per præmiſſam vt ſit.e.f.ad.f.g.vt.a.b.ad b.c.deinde, a puncto.f.per primam huius, extraho.f.h.

perpendicularem ad.e.g.quæ quidem media proportionalis erit inter.e.f.&.f.g.per.ix. sexti, item pono ad partem, lineam.e.f.& ei in longum atque directum adiungo lineam.f.h.quod facile est per.viii.huius, adiungo etiam angulariter ad.e.f.in puncto.e.lineam a.b. vel ei æqualem per prædictam, & duco.b.f.deinde a puncto h.duco.h.d.æquidistanter.f.b. per.vi. huius quam protraho cum.a.b.dum concurrant quod clarum est, aliter esset.h.d.æquidistans.a.d.& similiter.b.f.per.xxx. primi, contra hypothesim. Erit itaque per secundam sexti, ita.a.b.ad.b.d.vt.e.f.ad.f.h.sed per supradicta est.e.f.ad f.g.vt.a.b.ad.b.c.& per definitionem in principio quinti, proportio.e.f.ad.f.g. est proportio.e.f.ad.f.h. duplicata, ergo per communem scientiam proportio.a.b.ad b.c.est proportio.a.b.ad.b.d.duplicata, igitur per eandem.b.d.medio loco proportionalis est inter.a.b.&.b.c. quod est propositum.

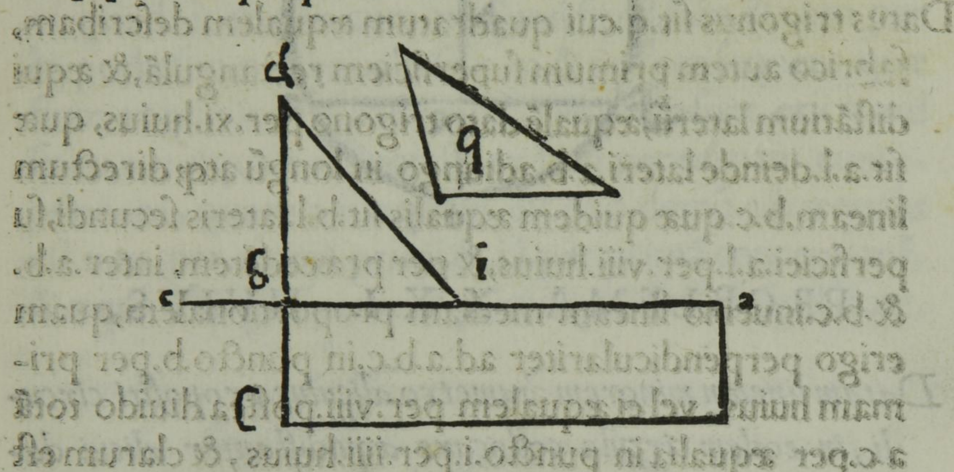


PROBLEMA XIX. HVIVS, ET VLTIMVM SECVNDI.

Dato trigono, æquum quadratum deſcribere.

Datus trigonus ſit.q.cui quadratum æqualem deſcribam, fabrico autem primum ſuperficiem rectangulā,& æqui diſtātium laterū,æqualē dato trigono per.xi.huius, quæ ſit.a.l.deinde lateri.a.b.adiungo in longū atq; directum lineam.b.c.quæ quidem æqualis ſit.b.l.lateris ſecundi,ſu perficiei.a.l.per.viii.huius,& per præcedētem inter.a.b. &.b.c.inuenio lineam mediam proportionalem,quam erigo perpendiculariter ad.a.b.c.in puncto.b.per primam huius, vel ei æqualem per.viii.poſtea diuido totā a.c.per æqualia in puncto.i.per.iiii.huius, & clarum eſt quòd ſi punctus.i.fuerit centrum,cuius ſemidiameter.a. i.vel.i.c.circunferentia tranſibit per punctum.d.lineæ.d. b.quod ſi non eſſet, ſed ſecaret lineam.d.b.ſecet ergo in puncto.o.tunc per.ix.ſexti, erit vt.a.b.ad.b.o.ita.b.o.ad b.c.eſt etiam per definitionem,proportio.a.b.ad.b.c. vt a.b.ad.b.o.duplicata, ſed etiam vt.a.b.ad.b.d.duplicata, erit modo per communem ſcientiam.a.b.ad.b.o.vt.a.b. ad.d.b.ergo per nonā quinti.b.o.æqualis eſt.b.d.& pars æqualis ſuo toto, quod fieri nō poteſt,per eaſdem etiam rationes, non tranſibit ſupra punctum.d.ſed per ipſum punctum, protractaque.i.d.ipſa æqualis erit.a.i.vel.i.c. per definitionem circuli, & cum per.v.ſecundi, quod eſt ſub.a.b.&.b.c.(hoc eſt ſuperficies.a.l.)cū eo quod fit ex .i.b.æquale ſit ei quod fit ex.i.c.(hoc eſt ei quod fit ex.i. d.)& id quod fit ex.i.d.æquale ei quod fit ex.i.b.cū eo qđ

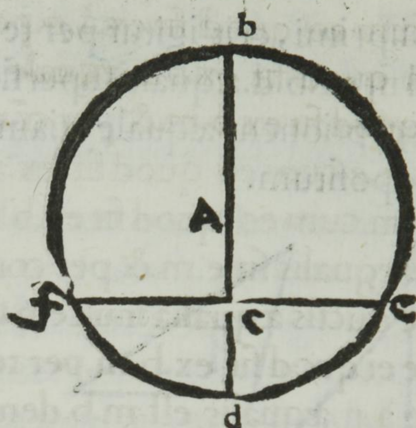
fit ex.b.d.per.xlvi.primi, erit igitur per tertiam conceptionem id quod fit ex.b.d.æquale superficiei.a.l.quare per primam conceptionem æquale etiam trigono dato.q.quod est propositum.



PROBLEMA XX. HVIVS, ET PRIMVM TERTII.

Circuli propositi, centtrum inuenire: correllarium uero in prima tertii uidere est.

Circulus propositus sit.e.b.f.d.cuius centrum inueniam, protraho primum, prout contingat, lineam.e.f.in ipso, quam diuido per æqualia in puncto.c.per.iiii.huius, deinde erigo lineam.d.c.b.hortogonaliter super ipsam a puncto.c.per primam huius, & in vtranque usque ad circunferentiam protraho, quam etiam, per æqualia diuido per prædictam quartam huius, in puncto.a.quem dico esse centrum circuli propositi, sed si quis dubitabit, sit ne punctus.a.centrum prædicti circuli an non, videat primam propositionem tertii, itaq; habebo propositũ.

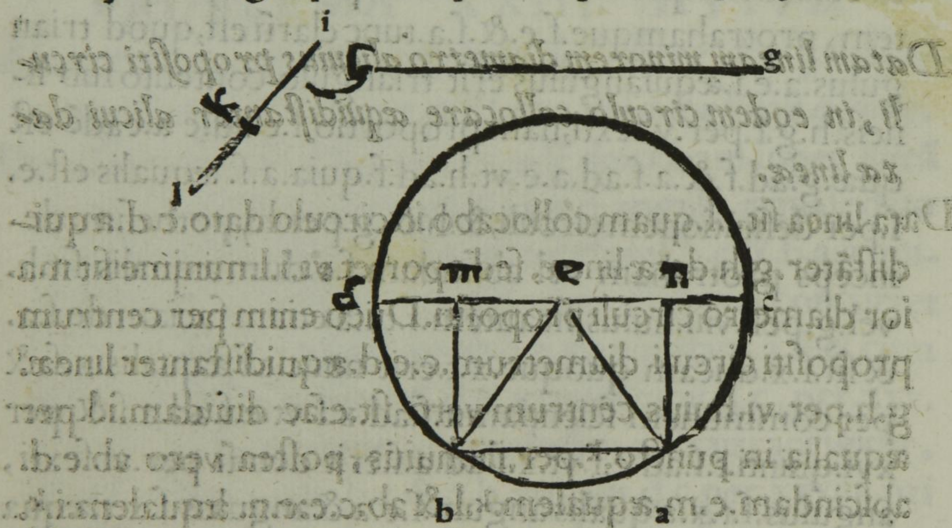


PROBLEMA XXI. HVIVS,

Datam lineam minorem diametro alicuius propositi circuli, in eodem circulo collocare æquidistanter alicui datæ lineæ.

Data linea sit.i.l.quam collocabo in circulo dato.c.d.æquidistãter.g.h.datæ lineæ, sed oportet vt.i.l.minime sit maior diametro circuli propositi. Duco enim per centrum propositi circuli diametrum.c.e.d.æquidistanter lineæ.g.h.per.vi.huius centrum vero sit.e.ac diuidam.i.l.per æqualia in puncto.k.per.iiii.huius, postea vero ab.e.d. abscindam.e.m.æqualem.k.l.& ab.c.e:e.n. æqualem.i.k. per.viii.huius, tunc clarum est, quòd.n.m.æqualis erit lineæ.i.l.datæ, deinceps a punctis.n.&.m.extraham duas perpendiculares ad.c.d.per primam huius, & sint.n.a.& m.b.& ducam.a.b.a.e. &.e.b. præterea.a.n.æquidistans est.m.b. per.xxviii. primi, modo quia quod fit ex.a.e. æquale est ei quod fit ex.e.b. (nam.a.e.æqualis est.e.b. per definitionem circuli) & quod fit ex.a.e.æquale est ei

quod fit ex.n.e.cum eo quod fit ex.a.n.per.xlvi.primi, per quam etiam quod fit ex.b.e.æquale est ei quod fit ex.e.m.cum eo quod fit ex.b.m.& per cõmunem scientiam, quod fit ex.n.e.cum eo quod fit ex.a.n.æquale est ei, quod fit ex.e.m.cum eo quod fit ex.b.m.& cum per hypothesim.n.e.æqualis sit.e.m.& per consequens quæ fiunt ex ipsis in se ductis æqualia inuicem sunt, erit quod fit ex.a.n.æquale ei quod fit ex.b.m.per tertiam conceptionem, quare.a.n.æqualis est.m.b.demũ.a.b.æqualis est.n.m. per.xxxiiii.primi,&.i.l.per primã conceptionẽ, & æquidistat.g.h.per.xxx.primi, quod est propositum.

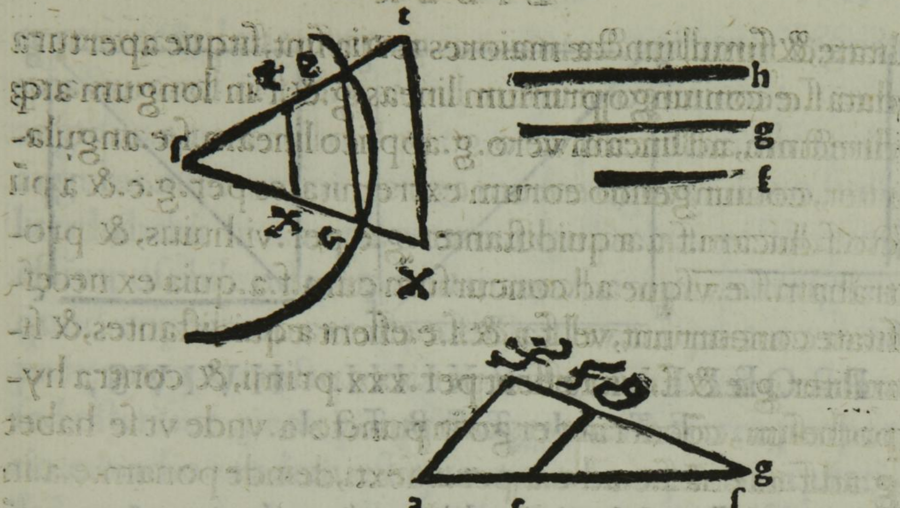


PROBLEMA XXII. HVIVS.

Ex tribus datis lineis, quarum duæ sint inuicem æquales, & in longum directumque applicatæ longiores tertia, triangulum constituere.

Datæ lineæ sint.h.g.&.f.sed.h.&.g.inter se cõueniant æqua-

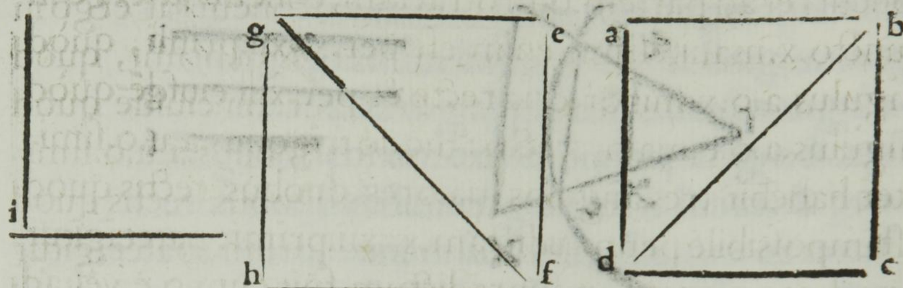
litate,& ſimul iunctæ maiores tertia ſint,ſitque apertura data.ſ.e.coniungo primum lineas.g.&.f.in longum atq; directnm, ad lineam vero.g.applico lineam.ſ.e.angulariter, coniungendo eorum extremitates per.g.e.& a pũcto.f.ducam.f.a.æquidiſtanter.g.e.per.vi.huius, & protraham.ſ.e.vſque ad concurſum cum.f.a.quia ex neceſſitate concurrunt, vel.f.a.&.ſ.e.eſſent æquidiſtantes,& ſimiliter.g.e.&.ſ.e.ita eſſent per.xxx.primi, & contra hypotheſim, cõcurrant ergo in puncto.a.vnde vt ſe habet g.ad.f.ita etiã.ſ.e.ad.e.a.per.ii.ſexti,deinde ponam.e.a.in circulo(deſcripto mediante data apertura)per præcedẽtem, protrahamque.ſ.e.&.ſ.a.tunc clarũ eſt,quod triangulus.a.e.ſ.æquiangulus erit triangulo contento ſub lineis.h.g.f.per.v.ſexti,nam proportio.ſ.e.ad.e a.eadẽ eſt quæ.g.ad.f.&.a.ſ.ad.a.e.vt.h.ad.f.quia.a.ſ. æqualis eſt.e.ſ.per definitionem circuli,&.h.&.g.per hypotheſim, deinceps protraham vel abſindam.ſ.e.dum æqualis ſit.h.vel.g.per.viii.huius,ſit autem.ſ.t.ita etiam faciam de.ſ.a.& ſit.ſ.x.ducam quoque.x.t.erit nunc.t.ſ.æqualis.x.ſ.& per communem ſcientiam.t.ſ.ad.x.ſ.vt.e.ſ.ad.a.ſ.& per xvi.quinti.t.ſ.ad.e.ſ.vt.x.ſ.ad.a.ſ.erit demũ per.vi.ſexti, angulus.ſ.t.x.æqualis angulo.ſ.e.a.&angulus.ſ.x.t.æqualis angulo.e.a.ſ. præterea erat.g.ad.f. vt.ſ.e.ad.e.a. ſed vt.ſ.e.ad.e.a. ita eſt.t.ſ.ad.t.x. per.iiii.ſexti,&.xvi.quinti, erit per.xi.quinti.t.ſ.ad.t.x.ut.g.ad.f.& per.vii.eiuſdem.ſ.t.ad.f. vt.g.ad.f. per.xi.vero eiuſdem.t.ſ. ad.t.x. vt.t.ſ. ad.f.igitur per.ix. quinti. t.x.æqualis eſt. f. patet crgo propoſitum.



PROBLEMA XXIII. HVIVS,

Dato trigono, æquum trigonum deſcribere, ita ꝙ habeat angulũ æqualẽ dato, & unũ latus, uni datæ lineæ æquale.

Datus trigonus ſit.d.b.c.cui æqualẽ deſcribam ſuper lineã datam, vel ei lineæ æqualẽ, habeatq; angulũ, æqualẽ dato angulo.i. Duco primũ.d.a.æquidiſtantẽ.b.c.&.b.a.æquidiſtantẽ.d.c.per.vi.huius, nã clarum eſt ꝙ.a.b.concurret cũ.d.a.quod ſi non erit, ergo.a.b.æquidiſtans.a.d.& cum a.b.æquidiſtet.d.c.etiam.d.a. æquidiſtabit.d.c. per.xxx. primi, quod eſſet contra hypotheſim, concurrant igitur, tũc eſt.a.d.æqualis.b.c.&.a.b.æqualis.d.c.per.xxxiiii.primi, & per.viii.primi, trigonus.d.a.b.æqualis trigono.d.c.b.deinde ſuper lineã.h.f.datã, cõſtituo ſuperficiẽ æquidiſtãtiũ laterũ.h.e.quæ quidẽ æqualis ſit ſuperficiei.a.c.habens etiã angulum.g.h.f.æqualẽ angulo.i.per.xiii.buius, biſſumptam, demum protraho diametrum.g.f:eritq; trigonus.g.f.h.æqualis trigono dato per.xli.primi, & conceptionem, patet ergo propoſitum.

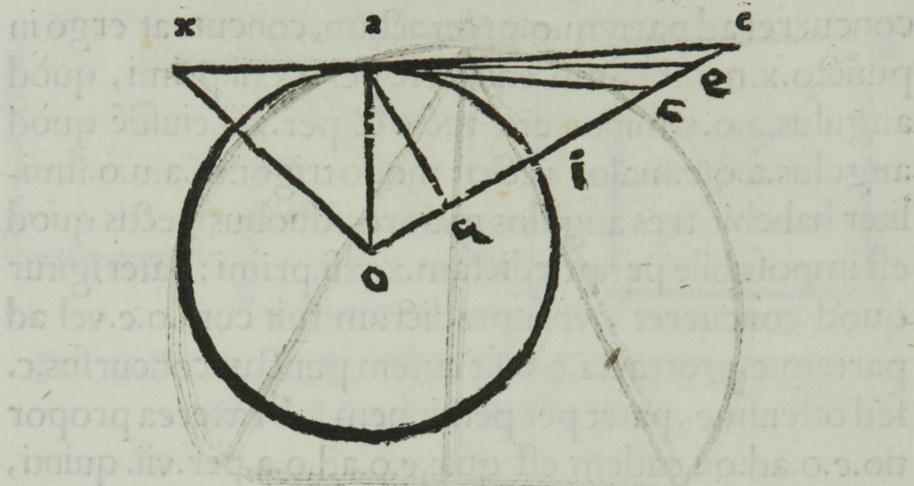


PROBLEMA XXIIII. HVIVS, ET II. TERTII.

A dato puncto ad datũ circulũ, tangẽtem lineam ducere.

Punctus datus sit.e.vnde ad circulum.a.i.tangentem ducã, inuenio primum, centrum circuli, qui quidem sit.o.per xx.huius, protraho etiam.o.e.quæ quidem linea, secabit circunferentiam in aliquo puncto, vtputa in puncto.i. deinde secundum proportionem.e.i.ad.i.o.ita diuido lineam.i.o.in puncto.u.per.xvii.huius, & a puncto.u.ad lineam.o.i.erigam perpendicularem per primam huius, quam protraho vsque ad circunferentiam, in puncto.a. ductis porrò.o.a.&.e.a.atque iam dico, angulum.o.a.e. rectum esse, qui si non sit, erigam ergo in puncto.a.ad.a. o.per pendicularem per primam huius, quæ quidem protracta cõcurret cum.o.i.e.in aliquo puncto, vel protracta, quod si non concurrit, tunc æquidistans esset.o.i. esset etiam angulus.a.o.u.rectus per.xxviii.primi, & cũ angulus.a.u.o.rectus etiam sit per hypothesim, triangulus.a.o.u.plus haberet quam duos angulos rectos, hoc autem esset contra.xxxii.Euclidis, sed si quis dicat quòd

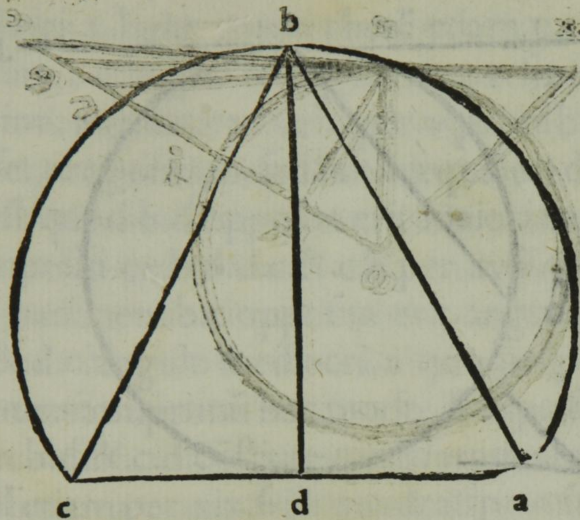
concurret ad partem.o.protractam, concurrat ergo in puncto.x.manifestum enim est per.xxxii.primi, quòd angulus.a.o.x.minor erit recto & per.xiii.eiusdē quòd angulus.a.o.e.maior recto: modo trigonus.a.u.o.similiter habebit tres angulos maiores duobus rectis quod est impossibile per prædictam.xxxii.primi: patet igitur quod concurret, vt supradictum fuit cum.o.e.vel ad partem.e.protracta.o.e.sit autem punctus concursus.c. sed ostensiue, patet per petitionem. Præterea proportio.e.o.ad.o.i.eadem est quæ.e.o.ad.o.a.per.vii. quinti, sed vt.e.o.ad.o.i.ita est.o.i.ad.o.u.per.xviii.eiusdem, & per supradictam vii.quinti.i.o.ad.u.o.vt.o.a.ad.o.u.erit nūc per.xi.quinti.e.o.ad.o.a.vt.o.a.ad.o.u est etiam per viii.sexti.c.o.ad.o.a.vt.o.a.ad.o.u.erit per.xi. quinti.e.o. ad.o.a.vt.c.o.ad.o.a.ergo.e.o.æqualis est.o.c.per nonā quinti, quod est impossibile, nam pars æqualis esset suo toto, patet igitur propositum, id est quod angulus.e.a. o.rectus sit, sed ostensiue, cum enim proportio.e.o.ad o.a.eadem sit quæ.o.a.ad.o.u.& angulus.o. communis ambobus triangulis, scilicet triangulo.e.a.o.&.u.o.a. Tunc erit angulus.a.e.o.æqualis angulo.o.a.u.& angulus.o.a.e.æqualis angulo.a.u.o.per sextum sexti, sed angulus.a.u.o.est rectus per hypothesim, igitur angulus.o. a.e.rectus etiam erit, & linea.e.a.tāgit ad punctum.a.circulum.i.a.cuius centrum.o.per correllarium.xv.tertii, quod est propositum.



PROBLEMA XXV. HVIVS, ET IIII. TERTII.

Datum arcum, per æqualia diuidere.

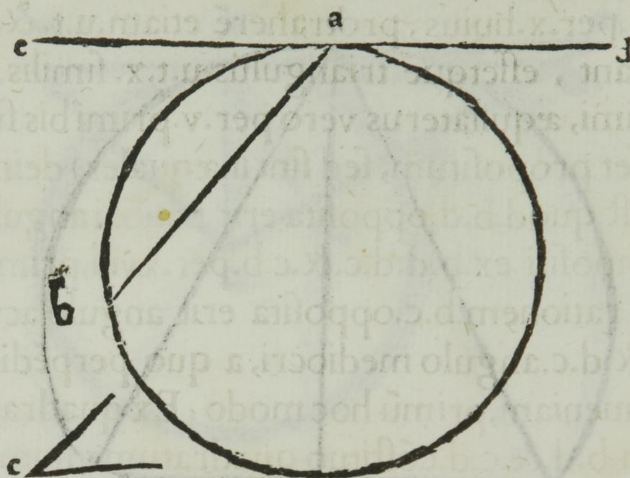
Datus arcus ſit.a.b.c.quem per æqualia diuidam, duco.a.c. per puncta extremitatum arcus, quam per æqualia diui do per.iiii.huius, & a puncto diuiſionis, qui ſit.d.erigam per pendicularem ad.a.c.per primam huius, quam pro duco vſque ad circunferrentiam, vtputa in puncto.b.ſit enim illa.d.b.deinde duco lineas.a.b.&.b.c. & cum.a.d. æqualis ſit.c.d.per ſupradicta, quia.a.b.diuiſa fuit per æqualia in puncto.d.& angulus.c.d.b.æqualis angulo.b. d.a.quia ambo recti ſunt, per definitionem lineæ perpen dicularis ſuper lineam &.d.b.communis, erit.a.b.æqua lis.b.c.per.iiii.primi, & arcus.a.b.æqualis arcui.b.c.per xxvii.tertii, quod eſt propoſitum.



PROBLEMA XXVI. HVIVS, ET VI. TERTII.

Dato circulo, dato angulo, æquum angulum, capientem portionem abſcindere.

Datus angulus ſit.c.&circulus.a.b.nũc abſcindam vnã portionẽ illius circuli, capiẽtem angulũ æqualẽ angulo dato. c.duco primũ lineam tangentẽ datum circulũ, a quouis pũcto vt docet.xxiiii.huius, ſit aũt illa linea aſsignata per d.&.a.quam produco in longũ atq; directũ(nam manifeſtum eſt, ꝙ extra circulũ cadet, vel non eſſet tangẽs)deinde in puncto contingentiæ ſuper lineã.d.e.hoc eſt in puncto.a.verſus circulũ, cõſtituo angulũ.b.a.e.per.x.huius, qui quidem æqualis ſit angulo.c.dato, & protraho.a.b. quouſq; ſecet circunferentiã in pũcto.b.quod patet per xv.tertii, tũc reliqua circuli portio capiet angulũ æqualẽ angulo.b.a.e.per.xxxi.tertii, ſed angulus.b.a.e.æqualis eſt angulo dato, ergo per primã conceptionẽ capiet angulum æqualem angulo.c.dato, quod eſt propoſitum.



PROBLEMA XXVII. HVIVS, ET VIII. PRIMI.

Ex tribus datis lineis, quarum quælibet duæ, inuicem in longum atque directum coniunctæ, longiores ſint tertia triangulum conſtituere.

Datæ lineæ ſint.b.d,d.c,&.b.c,ita quòd ſemper duæ iſtarũ in longum atque directum coniunctæ, longiores ſint tertia, vt proponitur, aliter enim nõ eſſet poſsibile, ex tribus lineis, illis æqualibus, triangulum cõſtituere, ſit verbigratia.b.d. vnaquaque reliquarum longior.c.d. vero longior.b.c. (nam ſi duæ illarum inuicem æquales eſſent, tunc vt docet.xxii.huius, facile haberem problema, & ſi omnes inuicem æquales eſſent, conſtituerem primum, mediante data apertura, trigonum.ſ.r.l.per primam primi, & protraherem.u.x.æqualem alteri datarum linearum, & ſuper.u.x.conſtituerem duos angulos æqua

les.r.&.l.per.x.huius, protraherẽ etiam.u.t.&.x.t.dum concurrant, essetque triangulus.u.t.x. similis.r.s.l. per xxxii.primi, æquilaterus vero per.v.primi bis sumptam quod esset propositum, sed sint inæquales) deinde manifestum est quod.b.d.opposita erit maiori angulo trianguli compositi ex.b.d:d.c.&.c.b.per.xviii.primi, & per eandem rationem.b.c.opposita erit angulo acuto dicti trigoni,&.d.c.angulo mediocri, a quo perpẽdicularem ad.d.c.inueniam,primũ hoc modo. Ex quadratis enim linearum.b.d.&.c.d.cõstituo quadratum vnum per.xv. huius, vel etiam per.xix.si illi quadrati primũ per triangulos diuisi fuerint,postea procedendo vt docet prædicta.xix.huius,sit autem ille quadratus.f.g.quia mens est, perpendicularem inuenire, descendentem ab angulo contento sub lineis.b.d.&.c.b.ad lineam.c.d.vel protractam, accipio enim quadratum lineæ.b.c.(qui quidem longe minor est quadrato.f.g.nam.b.c.minima omniũ trium illarum linearum est per hypothesim) quam ex quadrato.f.g.subtraho per.xv.huius, remaneat ergo superficies.f.o.n.m.o.p.quam per trigonos diuido,protractis.u.f.n.p.&.n.g.& pono lineam.c.d.ad partem separatam,vel sibi æqualem per.viii.huius,super quam constituo æquidistantium laterum superficiem rectangulam, æqualem superficiei in triangulos diuisæ, per.xiii.huius, quoties oportuerit sumptam. Tunc scire oportet, quod si linea.b.d. æqualis fuerit lateri tetragonici quadrati æqualis duobus quadratis ex.c.d.&.b.c.(cõstituto enim quadrato ex illis duobus,tunc facile videre est mediante viii.huius, & per.viii.conceptionem) linea.b.d.opposita

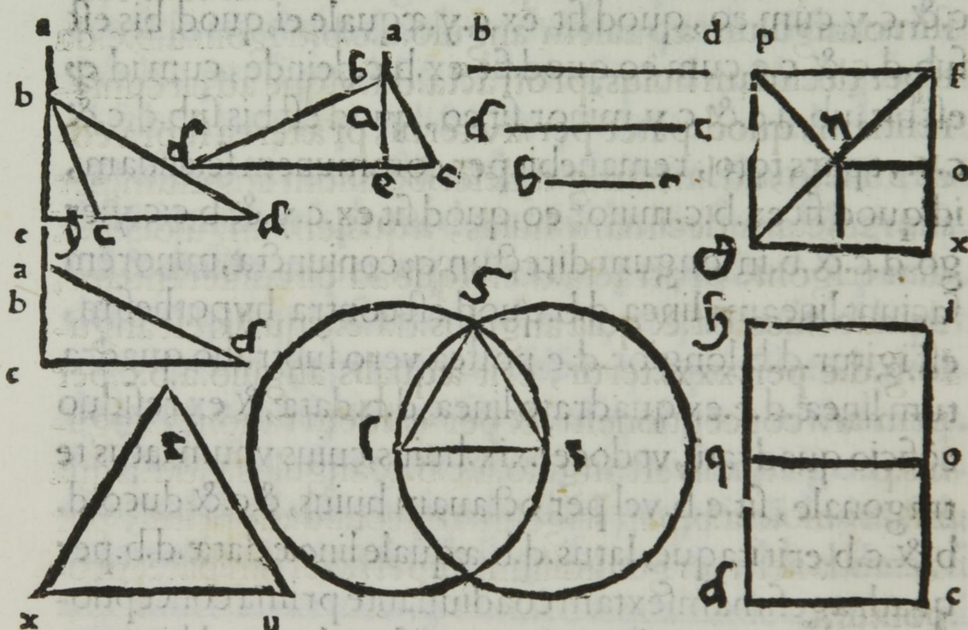
erit angulo recto, trianguli ex.b.d.c.d.&.c.b.per.xlvii. primi, &.b.c.perpendicularis erit ad.c.d.in aliqua eius extremitate, coniunctis postea reliquis, extremitatibus per aliquam rectam lineam, ipsa quidem æqualis esset. b.d.per primam cōceptionem coadiuuante.xlvi.primi, sed si.b.d.minor fuerit illo latere tetragonico, supradicti quadrati, scito, quòd perpendicularis ab angulo contento sub.b.d.&.c.b.ducta versus.c.d.cadet intra triangulum ad.c.d.vt videre est in.xiii.secūdi, si vero.b.d. maior dicto latere fuerit, perpēdicularis dicta cadet extra c.d.hoc est, extra dictum triangulum quemadmodum colligere est ex.xii.secundi, sit igitur primum minor, perpendicularis, modo cadet intra dictum trigonum. Tūc superficies, quæ superius constituta fuit supra.c.d.nempe.c.h.i.d.accepta cum qnadrato.c.b.æqualis erit quadratis duarum linearum.b.d.&.c.d.simul sumptis, per communem scientiam, coadiuuante prima cōceptione, præterea, diuido.c.i.per æqualia in puncto.o.per.iiii.huius, a quo puncto, duco.o.q.æquidistantem.c.d.per.vi. huius, erit etiam æquidistans.i.h.per.xxx.primi, &.c.q. æqualis erit.o.h.per.xxxvi.eiusdem, deinceps pono iterum.c.d.ad partem separatam, vel ei æqualem per.viii. huius, deinde manifestum est, ꝙ.c.o.minor est.c.d.si autem aduersarius dicat ꝙ non, sed æqualis, erunt nunc.c. q.&.q.i.duo quadrata, & cum.i.d.cum quadrato.b.c. æqualis sit quadratis.c.d.&.b.d.subtracto enim ab vtrisque quadrato.c.d.remanet quadratum.o.d.(quod quidem est quadratum lineæ.c.d.vt vult aduersarius) cum quadrato.b.c.æquale quadrato.b.d.quod est contra hy

potheſim,ſed ſi dicat,ꝙ.c.o.maior ſit.c.d.cum enim.i.d. cum quadrato lineæ.b.c.æquales ſit quadratis duarum linearum.b.d.&.c.d.erit igitur quadratum.b.d.cũ quadrato.c.d.maius eo, ꝙ ſit ex.c.d.bis, cum quadrato.c.b. dempto vero ab vtriſque quadrato lineæ.c.d.remanebit quadratum.b.d.maius quadratis.c.b.&.d.c.quod ẽt eſſet contra hypotheſim.Eſt ergo.c.o.minor.c.d.quam ſubtraho,ab illa vltima.c.d.ad partẽ, collocata, per.viii. huius, ſitque.e.d.erit nunc per communem ſcientiam, quod eſt ſub.c.d.&.d.e.bis,æquale.i.d.a pũcto autem.e. ad lineam.c.d.erigo perpendicularem,per primam huius,ſit itaque.e.a.præterea.b.d.maior eſt.c.d.per hypotheſim, multo etiam maior.e.d.per communem ſcientiam, erit etiam, quadratus lineæ.b.d. æqualis quadrato lineæ.e.d.cum quadrato alicuius partis perpendicularis.e.a.per.xlvi.primi, quia per definitionem lineæ perpẽdicularis ſuper lineam, angulus.a.e.d.eſt rectus, pars vero illius perpendicularis,inueniatur ſic: ſubtraho quadratum lineæ.e.d.ex quadrato lineæ.b.d.& ex reſiduo, conſtituo quadratum per.xix.huius,deinceps,abſcindo. a.e.vel protraho quouſq;.e.b.æqualis ſit vni lateri illius quadrati per.viii.huius, & duco.b.d.quæ quidem per xlvi.primi, & primam conceptionem æqualis erit lineæ b.d.datæ,duco etiam.b.c.demum, cum per.xiii.ſecundi, quod eſt ſub.c.d.&.d.e.bis, cum quadrato lateris.c.b. æquale ſit quadrato.b.d.cum quadrato.c.d.& ſimiliter. i.d.cum quadrato lineæ.b.c.datæ, æqualis dictis quadratis ſit, erit.i.d.cum quadrato lineæ.b.c.datæ, æqualis ei quod eſt bis ſub.c.d.&.e.d. cum quadrato lateris.b.c.

ſubtracta vero ſuperficie.i.d.& eo quod eſt bis ſub.c.d.
&.e.d.(quæ quidem inuicem æqualia ſunt, per ſupradi-
cta)remanet ergo.c.b.latus,æquale datæ lineæ per ter-
tiam conceptionē.Si aūt.d.b.maior fuerit, tunc perpen-
dicularis extra triangulū cadet(vt ſuperius dictum fuit)
conficio enim quadratū, ex duobus quadratis linearū.c.
d.&.b.c.per ſupradictā.xv.huius, quod quidem quadra
tū ſubtraho(per prædictā)ex quadrato lineæ.b.d.datæ,
ex reſiduo vero conſtituo ſuperficiem rectangulā æqui
diſtātium laterū,prout docet.xiii.huius,ſit exēpli gratia.
i.d.& diuido.c.i.per æqualia ad.o.per.iiii.hui⁹,& per.vi.
duco.o.q. æquidiſtanter.c.d.eritq;.o.q.æqualis.o.h. per
xxxvi.primi, q̄a per.xxx.eiuſdē.o.q.æquidiſtat.i.h.dein-
de,pono.c.d.ad partem ſeparatā,quā protraho,dum.c.
e.æqualis ſit.c.o.per.viii.huius,poſtea vero,erigo a pun-
cto.e.ad lineā.d.e.perpendicularē per primā huius,ſitq;
a.e.præterea, manifeſtū eſt ꝙ.d.e.minor eſt.b.d.data , ſi
aūt aduerſarius dicat,ꝙ non,ſed æqualis,tūc quia, quod
eſt bis ſub.d.c.&.c.e.cū eo q̄d fit ex.d.c.& quod fit ex.b.
c.æquale eſt ei quod fit ex.b.d.per hypotheſim,ſed etiā,
coadiuuante prima cōceptione ei æquale eſt,id quod eſt
bis ſub.d.c.&.c.e.cū eo quod fit ex.d.c.& quod fit ex.c.e.
per.iiii.ſecundi, ſubtracto igitur eo,quod eſt bis ſub.d.c.
&.c.e.cum eo quod fit ex.d.c.remanebit quod fit ex.c.e.
æquale ei quod fit ex.b.c.ergo.b.c.ſimul iūcta cū.d.c.in
longū atq; directū,non erit maior.b.d quod eſt cōtra hy
potheſim,ſed ſi dicat ꝙ.b.d.minor erit.d.e.abſciſa igitur
ſit.d.b.ex.d.e.in pūcto.y.qui quidē punctus erit infra.c.
&.e.quia hypotheſis eſt ꝙ.b.d.maior ſit.d.c.erit nnnc q̄d

fit ex.d.y.æquale ei, quod bis est sub.d.c.&.c.e.cũ eo qđ fit ex.d.c.& quod fit ex.b.c.sed etiam, æquale est ei, quod fit ex.d.c.cũ eo quod est sub.d.c.&.c.y.bis, cũ eo quod fit ex.c.y.per.iiii.secundi, subtracto autẽ, quod fit ex.d.c.ab vtrisq;, remanebit per.iii.conceptionẽ, quod fit bis sub.d.c.&.c.y.cum eo, quod fit ex.c.y.æquale ei, quod bis est sub.d.c.&.c.e.cum eo quod fit ex.b.c.deinde, cum id ꝙ est bis sub.d.c.&.c.y.minor sit eo, quod est bis sub.d.c.&c.e.vt pars toto, remanebit per communem scientiam, id quod fit ex.b.c.minor eo, quod fit ex.c.y.&.b.c:c.y.ergo.d.c.&.b.in longum directumq; coniunctæ, minorem faciunt lineam, linea.d.b.quod est contra hypothesim, est igitur.d.b.longior.d.e.postea vero subtraho quadratum lineæ.d.e.ex quadrato lineæ.d.b.datæ, & ex residuo cõficio quadratũ, vt docet.xix.huius, cuius vnum latus tetragonale, sit.e.b.vel per octauam huius, &c.& duco.d.b.&.c.b.erit itaque, latus.d.b.æquale lineæ datæ.d.b.per quadragesimamsextam coadiuuante prima conceptione, & cum per.xii.secundi, quod fit ex latere.d.b.æquale sit ei, quod est bis sub.d.c.&.c.e.cum eo quod fit ex latere.d.c.& ex latere.c.b.& per hypothesim est etiam ei æquale, quod est sub.d.c.&.c.e. bis cum eo quod fit ex d.c.latere trigoni.d.c.b.& ex data b.c.subtractis igitur communibus quantitatibus, remanebit (per communem scientiam) quod fit ex latere.c.b.æquale ei quod fit ex data.b.c.& latus.b.c. datæ.b.c.totusque trigonus compositus erit, ex tribus lineis, æqualibus datis, quod est propositum. Et contra illos omnes eccellentissimos Mathematicos, priscos, modernosque, qui dixerunt,

impoſsibile eſſe hoc problema, alio modo poſſe conclu-di, quam vt docet.xxii.primi Euclidis, ego vero deo dante labente. Anno Diuinæ incarnationis. MDLII. Die.xv.Octobris illud inueni.



PROBLEMA XXVIII. HVIVS, ET II. QVARTI.

Intra aßignatum circulum, triangulum conſtituere, triangulo dato æquiangulum.

Datus circulus ſit.e.d.f. triangulus vero.a.b.c. deſignabo enim triangulum æquiangulum triangulo.a.b.c.in dato circulo.e.d.f.duco primum ab aliquo puncto extra circulum dato, lineam tangentem circulum, per.xxiiii.hu-

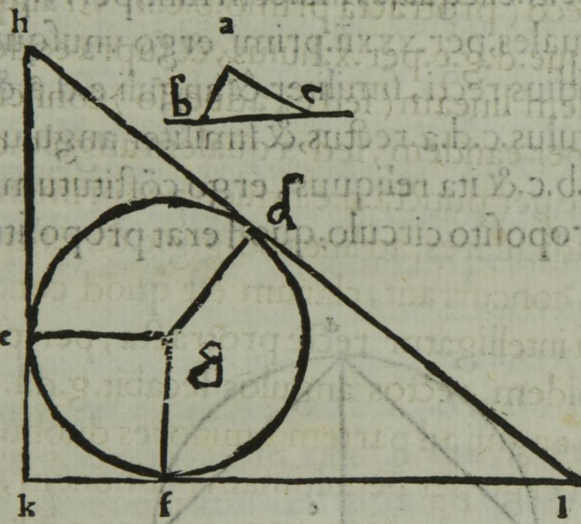
ius, punctus vero contingentiæ sit.d.linea autem tangens, sit.g.d.quam protraho in longum atque directū, quæ quidem ex necessitate extra circulum cadet, si autem circulum secaret, tunc non esset tangens circulum, hoc satis patet. Deinde in puncto.d.ad lineam.d.h.constituo angulum æqualem angulo.a.c.b.trigoni.a.b.c.dati per decimam huius, protracta.d.f.vsque ad circunferentiam, quod patet per.xv.tertii, præterea supra codē puncto, ad lineam.g.d.describo alium angulum, per supradictam decimam huius, æqualem angulo.a.b.c. dati trigoni, protracta.d.e.vsque ad circunferentiam, deinde duco.e.f.& quia angulus.d.f.e.æqualis est angulo.g.d.e per.xxxi.tertii, erit æqualis angulo.a.b.c.per primam conceptionem, & per easdem rationes angulus.d.e.f.æqualis est angulo.a.c.b.& angulus.e.d.f.æqualis angulo.c.a.b.per trigesimamsecundam primi, per definitionem, ergo similium superficierum patet propositum.

PROBLEMA XXIX. HVIVS, ET III. QVARTI.

Circa circulum aßignatum, triangulum æquiangulum, triangulo dato, deſignare.

Sit circulus datus.d.e.f.cuius centrum.g.circa quem, triangulum æquiangulum triangulo.a.b.c.extructurus, protraho a centro.g.ad circunferentiam, lineam.g.d.ſuper quam,in puncto.g.conſtituo angulum æqualem, angulo.b.extrinſeco (protracta primo.b.c.in vtranque partem) ſit itaque.d.g.e.per.x.huius, & ſupra eodem puncto ad eandem lineam (ſed ex aduerſo) conficio angulum.d.g.f. per eandem, ſed æqualem angulo.c.extrinſeco, deinde per puncta.d.e.f.duco per primam huius, tres perpendiculares, ad lineas.d.g:g.e.&.g.f.quas protraho dum concurrant, clarum eſt quod concurrent, quia linea ſi intelligatur rectè protracta, per puncta.d.&.f.ipſa quidem rectos angulos ſecabit.g.d.l. & . g.f.l. erũt autem anguli ad partem.l.minores duobus rectis, concurrunt ergo per penultimam petitionem, concurrant igitur in puncto.l.ita etiam reliqua.e.h.k.cum.d.l. in puncto.h.præterea cum enim demonſtratum ſit in trigeſimaſecunda primi,quòd omnis quadrilaterus, quatuor angulos habeat æquales quatuor rectis, quadrilateri autem.d.f.g.l.&.d.g.e.h.vnus quiſque inquam eorum, quatuor angulos habebunt æquales quatuor rectis, ſed quadrilaterus.g.l.duos angulos rectos habet, hoc eſt.g.d.l.&.g.f.l.per hypotheſim, remanebunt au-

tem anguli.d.g.f.&.f.l.g.æquales duobus rectis,per tertiam cõceptionem & cum angulus.d.g.f.æqualis sit angulo.c.extrinseco, erit angulus.l.æqualis intrinseco per decimamtertiam primi, & tertiam conceptionem, per easdem etiam rationes,angulus.d.h.e.æqualis erit angulo.a.b.c.erunt ergo anguli.l.&.h.minores duobus rectis, per primam conceptionem, &.xxxii.primi, concurret ergo.e.h.cum.l.f.in puncto.k.& angulus.k. æqualis erit angulo.a.per prædictam igitur trigonus.h.k.l.æquiangulus est trigono dato.a.b.c.quod est propositum.

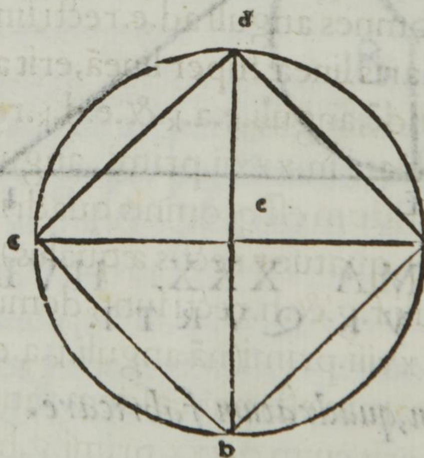


PROBLEMA XXX. HVIVS, ET VI. QVRTI.

Intra datum circulum,quadratum fabricare.

Datus circulus sit.a.c.b.d.intra quem quadratum designabo, inuenio primum centrum dati circuli, vt docet.xx.

huius, quod sit.e.per quem protraho diametrum.b.e.d. super quem, a puncto.e.erigo perpendicularem, per primam huius, quam in vtranque partem protraho, vsq; ad circunferentiam, sit itaq;.a.e.c.deinde duco.a.b. b.c:c.d.&.d.a.tunc dico, quod.a.b.c.d.est quadratum, nã omnes anguli ad.e.inuicẽ sunt æquales, quia recti sunt, per definitionem lineæ perpendicularis super lineam, & omnes lineæ scilicet.a.e.b.e:e.c.&.e.d.inuicẽ etiam æquales sunt, per definitionem circuli, lineæ igitur.a.b:b.c:c. d.&.d.a.æquales inuicẽ sunt per.iiii.primi, deinceps anguli.e.c.d.&.e.d.c.æquales inuicem sunt, per.v.primi, & vni recto æquales, per.xxxii.primi, ergo vnusquisq; eorum est dimidius recti, similiter & anguli.e.d.a.&.e.a.d. erit itaq; angulus.c.d.a.rectus, & similiter angulus.d.a.b. & angulus.a.b.c.& ita reliquus, ergo cõstitutum est quadratum in proposito circulo, quod erat propositum.

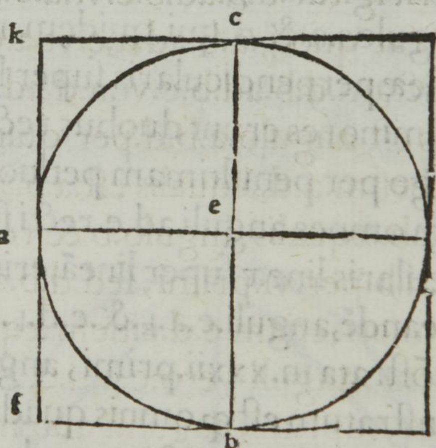


PROBLEMA XXXI. HVIVS, ET VII. QVARTI.

Circa datum circulum, quadratum designare.

Datus circulus ſit.a.b.c.d.cuius centrum inuenio, per vigeſimam huius, ſit ille.e.circa quem circulum, conſtituam quadratum, produco primum diametrum.b.e.d.ad quem a puncto.e.erigo aliam diametrum perpendiculariter,per primã huius, quæ ſit.a.e.c.deinde a quatuor punctis,ſcilicet.a.b.c.&.d.extraho quatuor perpendiculares per primam huius,quæ exempli gratia,ſint.a.f.k:k.d.h:h.c.g.&.g.b.f.præterea.a.f.concurret cum.h.d.propter hoc,quia ſi linea intelligatur ab.a.ad.d.recta, ipſa quidem ſecabit angulos.a.&.d.qui quidem recti ſunt per definitionem lineæ perpendicularis ſuper lineam,anguli igitur partiales,minores erunt duobus rectis, vt pars,toto minor eſt, ergo per penultimam petitionem concurrunt ad.k.& cum omnes anguli ad.e.recti ſint per definitionẽ perpendicularis lineæ ſuper lineã,erit angulus.a.e.d.rectus & per eandẽ,anguli.e.a.k.&.e.d.k.recti ſunt,deinceps per demõſtrata in.xxxii.primi, angulus.k.rectus eſt(nã ibi demonſtratum eſt ꝙ omnis quadrilaterus,quatuor angulos habet,quatuor rectis æquales)per eaſdem etiã rationes,anguli.f.g.&.h.recti ſunt, demũ.f.k.æquidiſtans eſt.b.d.per.xxviii.primi(nã anguli.k.a.e.&.a.e.d.recti ſunt,vt demõſtratum eſt) per eaſdem rationes ẽt.g.h.æquidiſtãs eſt.b.d.erit enim p.xxx.primi.g.h.æquidiſtãs f.k.deinde p eaſdẽ rõnes præciſe.g.f.æquidiſtans eſt.h.k.erũt igitur.g.f.&.h.k.inuicẽ æquales per.xxxiiii.primi,p

quam etiam.g.h.æqualis erit.f.k.& cum vnã quæque linearum.g.f.&.h.k.æqualis ſit lineæ vel diametro.a.c.per ſupradictam trigeſimamquartã primi,per quam etiam f.k.vel.g.h.æqualis.b.d.&.b.d.æqualis.a.c.(nam diametri omnes eiuſdem circuli, ſunt inuicem æquales)erit.g.f.æqualis.b.d.per primam conceptionem, ſed.b.d.æqualis eſt.f.k.vel.g.h.vt demõſtratum eſt, per eandem ergo primam cõceptionem.g.f.æqualis eſt.f.k.etiam.g.h.per eaſdem etiam rationes.h.k.æqualis eſt.f.k.vel.g.h.igitur f.h.k.g.quadratus eſt,eſt etiam circa datũ circulum deſignatus(nam per correllarium.xv.tertii omnes quatuor lineæ tangunt circulum,quod eſt propoſitum.

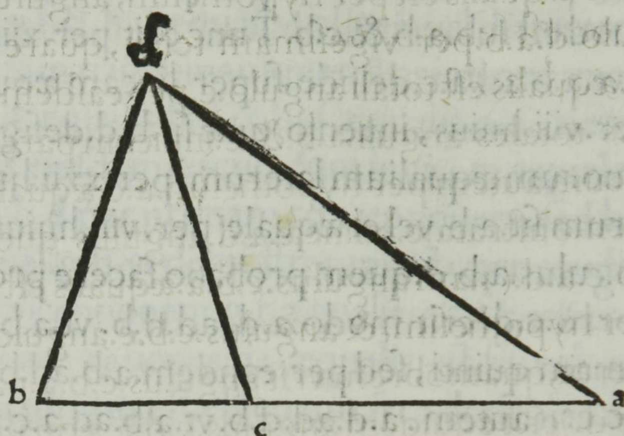


PROBLEMA XXXII. HVIVS, ET X. QVARTI.

Duorum æqualium laterum triangulum deſignare, cuius uterque duorum angulorum, quos baſis obtinet, reliquo duplus exiſtat.

Sit exempli gratia linea data.a.b.nam eam primum diuido

in puncto.c.per.xvi.huius, ita q̃ id quod fit ex.c.a.æqua le sit ei quod est sub.a.b.&.c.b. Tunc erit per.xiii.sexti.a. c.ad.c.b.vt.a.b.ad.a.c.deinde super lineam æqualem.a. c.(quã per.viii.huius, inuenio)quæ sit.b.d.designo trian gulum duorum æqualium laterum, per.xxii.huius quo rum alterum sit.a.b.vel ei æquale(per.viii.huius,)sit ita- que triangulus.a.b.d.quem probabo facere problema, ducta porrò.c.d. erit modo.a.d. ad.d.b. vt.a.b. ad.d.b. per septimam quinti, sed per eandem.a.b.ad.b.d.est vt a.b.ad.a.c.erit autem. a.d.ad.d.b.vt.a.b.ad.a.c. per vn- decimam eiusdem, deinceps est.d.b.ad.b.c.vt.a.c.ad.c. b.per supradictam septimã quinti, erat etiam.a.c.ad.c. b.vt.a.b.ad.a.c.erit igitur.d.b.ad.b.c.vt.a.b.ad.a.c.prout xi.quinti habet, erat quoq;.a.b.ad.a.c.vt.a.d.ad.d.b.erit modo per prædictam.d.b.ad.b.c.vt.a.d.ad.b.d.at angu lus.a.d.b.æqualis est angulo.a.b.d.per quintam primi, (nam per hypothesim.a.d.æqualis est.a.b.)ergo per.vi. sexti angulus.d.c.b.æqualis angulo.b.& reliquus.c.d.b. reliquo.a.&.c.d:d.b.per.vi.primi, sed.d.b.æqualis est.a. c.per hypothesim,erit etiam.c.d.eidem æqualis,per pri mam cõceptionem: anguli vero.c.a.d.&.c.d.a.inuicem erunt æquales per.vi.primi, angulus autem.c.d.b.æqua lis erit angulo.c.d.a.per primam conceptionẽ, erit itaq; angulus totalis, hoc est.a.d.b.(per communem scien- tiam) duplus ad angulum.a.d.c.etiam ad angulum.a. per conceptionem, & per sequentem postea conceptio- nem, angulus.b. duplus erit angulo.a. quod est pro- positum.

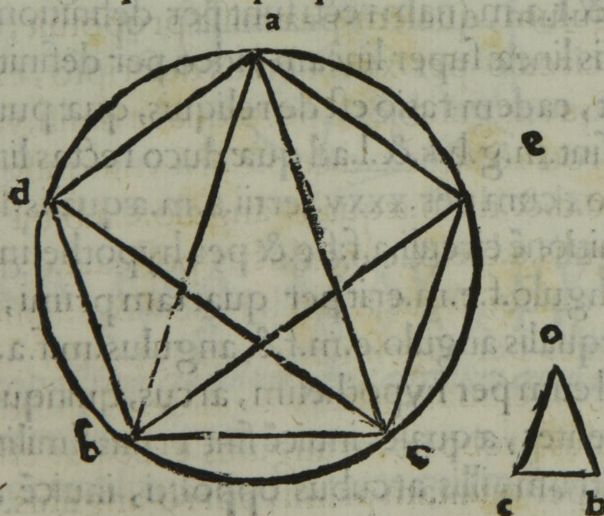


PROBLEMA XXXIII. HVIVS, ET XI. QVARTI.

Intra aßignatum circulum, pentagonum æquiangulum, atq; æquilaterum fabricare.

Circulus aſsignatus ſit.a.b.c.intra quem, pentagonũ æquiangulum, æquilaterumque ædificabo, deſignans primum triangulum, qualem præmiſſa propoſuit, cui ſimili in dato circulo per.xxviii.huius deſcripto, exiſtente.a.b.c.eiuſque anguli.b.&.c.per æqualia diuiſi, vt.ix.huius docet, protractiſque.c.d.&.b.e.erit vnuſquiſque angulorum.a.c.d.&.d.c.b.æqualis angulo.c.a.b.ita quoq; dico de angulis.a.b.e.&.e.b.c.ductis poſtea.a.d:d.b.c.e.&.e.a.erunt quinq; arcus.a.d:d.b:b.c:c.e.&.e.a.inuicem omnes æquales per vigeſimamquintam tertii, cordæ quoque per vigeſimamoctauam eiuſdem, quòd vero ſit æquiangulus probo ſic, at angulus.e.a.c.par eſt cum angulo.e.c.a.per quintam primi, porrò angulus.a.c.d.

angulo.c.a.b.æqualis eſt per hypotheſim, angulus vero d.c.b.angulo.d.a.b.per vigeſimam tertii, quare totalis angulus.a.æqualis eſt totali angulo.c.per eaſdem ſimiliter rationes totales anguli.a.b.&.c.inuicem pares ſunt. Vlterius, cum autem per hypotheſim.a.c.æqualis ſit.a.b.& per demonſtrata.c.b.lineæ.a.d.angulus quoque.a.b.c.angulo.c.a.d.(nam angulus.e.b.a.æqualis eſt angulo.c.a.b.per hypotheſim, & angulus.c.b.e.angulo.b.a.d.per.xxvi.tertii,quamobrem erit angulus.c.b.a.par cum angulo.c.a.d.)erit equidem angulus.c.d.a.æqualis angulo.a.c.b.vel.a.b.c.per.xxxii.primi,& primam conceptionem (eſt enim angulus.a.b.c.angulo.a.c.b.æqualis per hypotheſim,) ſed angulus.c.d.b.etiam par eſt cum angulo.e.a.c.per ſupradictam vigeſimamſextã tertii,quapropter erit totalis angulus.a.æqualis totali angulo.d.per eaſdem etiam totali angulo.e.per communem ſcientiam , igitur omnes quinque anguli.a.d.b.c.e.inuicem æquales ſunt, quod eſt propoſitum.

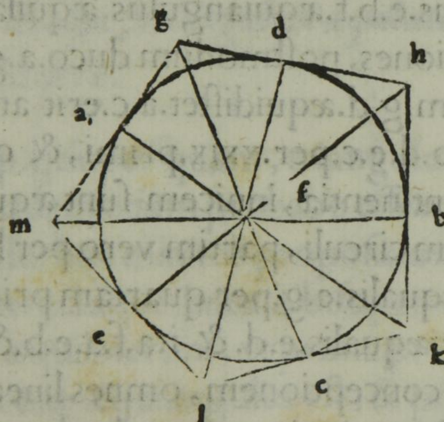


PROBLEMA XXXIIII. HVIVS, ET XII. QVARTI.

Circa propositum circulum, pentagonum æquiangulum, æquilaterumque designare.

Circulus asignatus sit.a.b.c.circa quē,pentagonum æquiangulum, æquilaterumq; , describam,inuenio primum centrum dati circuli,qui quidē sit.f.per.xx.huius, postea vero inuenio quinque puncta pentagoni inscripti circulo.a.b.c.per præcedentem, sint quidem.a.d.b.c.e.protractisque a centro.f.ad quinque puncta lineis,super eas quinque perpendiculares erigo, ad quinque puncta supradicta, per primam huius, sint itaq;.g.a.m:m.e.l:l.c.k:k.b.h:h.d.g.quæ vero lineæ tangent circulum, ad puncta.a.e.c.b.&.d.per correllarium.xv.tertii, linea autem a.g.concurrit cum.l.e.in puncto.m.quia si intelligatur linea protracta, ab.e.ad.a.ipsa enim secabit angulos rectos.f.e.m.&.f.a.m.(nam recti sunt per definitionē perpendicularis lineæ super lineam) ideo per definitionem concurrent, eadem ratio est de reliquis, quæ puncta cōcursuum, sint.m.g.h.k.&.l.ad quæ duco rectas lineas, a centro.f.mox cum per.xxxv.tertii.a.m.æqualis sit.e.m.& per definitionē circuli.a.f:f.e.& per hypothesim angulus.f.a.m.angulo.f.e.m.erit per quartam primi, angulus.a.m.f.æqualis angulo.e.m.f.& angulus.m.f.a.angulo.m.f.e.sed cum per hypothesim, arcus, quinque puncta interiacentes, æquales inuicē sint erunt similiter anguli ad centrum, illis arcubus oppositi, inuicē æqua-

les per.xxvi.tertii,deinde erit angulus.a.f.g.æqualis angulo.a.f.m.per communem ſcientiam, quia per ſupradictas rationes, angulus.a.f.g.dimidius eſt angulo.a.f.d.& ſi tota inuicem ſunt æqualia, quidni dimidia, deinceps, cum anguli ad.a.recti ſint (vt dictum eſt ſuperius) æquales etiam, ſimiliter & anguli.a.f.g.&.a.f.m. & latus.a.f.communis, erit modo per vigeſimamſextam primi.a.g.æqualis.a.m.& angulus.a.g.f. æqualis angulo.f.m.a.&.f.g. æqualis.f.m. per eaſdem ſimiliter rationes, angulus.f.g.d.æqualis eſt angulo.f.g.a.igitur per communem ſcientiam, totalis angulus.g. æqualis eſt totali angulo.m.ſimiliter quoque de reliquis, per quas etiam rationes.g.h.æqualis eſt.m.g.& ita de reliquis, quod eſt propoſitum.

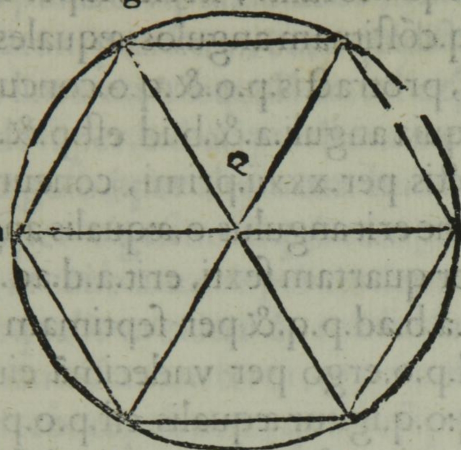


PROBLEMA XXXV. HVIVS, ET XV. QVARTI.

Intra propoſitum circulum, hexagonum æquiangulum, atq; æquilaterum deſignare.

Circulus propoſitus ſit.a.b.c.intra quem, hexagonũ æqui-

laterum, æquiangulumque constituam. Inuenio primum centrum.e.per vigesimam huius, duco postea diametrum.a.e.c. & lineam æqualem semidiametro (per octauam huius,) in circulo æquidistantem.a.c.constituo per.xxi.huius, quæ sit.g.d.protraho etiam.g.e.b.& d.e.f.ducoque.b.f.modo clarum est, q̃.e.g.æqualis est. e.d.per definitionem circuli, & per hypothesim q̃ vnaquæq; illarum æqualis est.g.d.erit igitur triangulus.e.g. d.æquilaterus, & per quintam primi, bis sumptam, coadiuuante prima cõceptione æquiangulus deinceps per quintamdecimam primi, angulus.f.e.b.æqualis est angulo.g.e.d.& per definitionem circuli, latera illum angulum continentia, inter se æqualia, etiam & lateribus.e.g. &.e.d.per quartam primi, ergo.b.f.æqualis est.g.d. est etiam triangulus.e.b.f.æquiangulus æquilaterusq;, per supradictas rationes, postmodum duco.a.g.a.f.b.c.&.c. d.præterea, cum.g.d.æquidistet.a.c.erit angulus.g.d.e. æqualis angulo.d.e.c.per.xxix.primi, & quia latera illos angulos continentia, inuicem sunt æqualia, partim per definitionem circuli, partim vero per hypothesim, erit ergo.c.d.æqualis.e.g.per quartam primi, per easdẽ quidni erit.a.g.æqualis.e.d. & ita.f.a.e.b.& .b.c.f.e.per primam igitur conceptionem, omnes lineæ scilicet.g.d: d.c:c.b:b.f:f.a.&.a.g.inuicem æquales erunt, hexagonũ vsq; adhuc habebimus æquilaterum, quod vero æquiangulum sit, hoc facile patet, nam vnusquisq; angulorũ.a.g. d.c.b.&.f.ex duabus tertiis duorũ rectorum cõponitur coadiuuante.xxxii.primi, quare oẽs inuicem pares erũt, q̃a rectus a recto nõ differt. Tũc habebimus propositũ.

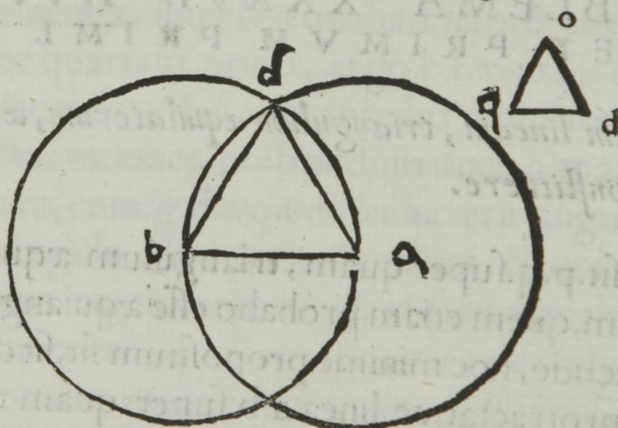


PROBLEMA XXXVI. HVIVS, ET PRIMVM PRIMI.

Super datam lineam, triangulum æquilaterum, æquiangulumque constituere.

Data linea ſit.p.q.ſuper quam, triangulum æquilaterum conſtituam,quem etiam probabo eſſe æquiangulum, licet ab Euclide, hoc minime propoſitum ſit,ſit data apertura.a.b.protractaque linea.a.b.ſuper quam conſtituo triangulum æquilaterum, vt prima primi docet,ſit quæ a.d.b.iam dico,ꝙ æquiangulus eſt, & primo ꝙ angulus. b.æqualis eſt angulo.d.nam.d.b.æqualis eſt.a.d.per hypotheſim, &.a.d.a.b.tunc intelligatur angulus.b.poſitus ſuper.d.ſtatim.d.b.non excedet.a.d.nec.a.d.a.b.nec.a.b: b.d.nec econuerſo,igitur angulus.b.non erit maior, vel minor, angulo.d.ſed æqualis, alioqui duæ rectæ lineæ concluderent ſuperficiem, per eaſdem rationes, omnes

anguli inuicem æquales sunt. Vlterius super lineam.p.q. ad puncta.p.&.q.cõstituam angulos æquales.a.&.b.per decimam huius, protractis.p.o.&.q.o.concurrent enim per petitionem, quia anguli.a.&.b.id est.p.&.q.minores sunt, duobus rectis per.xxxii.primi, concurrant igitur ad pũctum.o.nunc erit angulus.o.æqualis angulo.d.per prædictam,& per quartam sexti, erit.a.d.ad.p.o.vt.d.b. ad.o.q.ita etiam.a.b.ad.p.q.& per septimam quinti.d.b. ad.p.o.vt.a.d.ad.p.o.ergo per vndecimã eiusdem.d.b. ad.p.o.vt ad.o.q:o.q.igitur æqualis est.p.o.per easdem quoq; rationes.p.q:q.o.&.o.p.omnes inuicẽ sunt æquales,coadiuuante prima cõceptione,itaq; habebo intentũ.



PROBLEMA XXXVII. HVIVS, ET PRIMVM QVARTI.

A dato puncto in circunferentia circuli propositi, lineam rectam, quæ minime maior diametro existat, collocare.

Datus circulus sit.a.b.cuius centrum inuentum sit per.xx. huius, linea vero data.c.x.quæ minime maior diametro circuli.a.b.existat, nam eam collocabo in circulo.a.b.ab

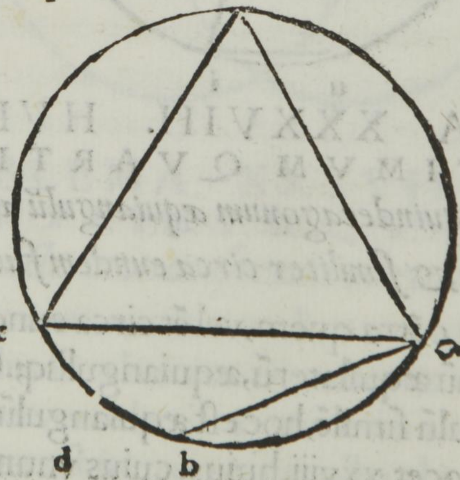
aliquo dato puncto, vtputa.a.duco primum diametrum a.o.d.per datum punctum, cui æquidistãter produco in ipso circulo lineam.i.u.æqualē datæ, hoc est.c.x. per.xxi. huius, deinde super.a.d.ad punctum.a.constituo angulũ æqualem angulo.i.per decimam huius, protracta.a.e. statim quia per vigesimamquintam tertii, arcus.e.i.d. æqualis est arcui.b.a.u.erit per tertiam conceptionem, arcus.a.e. æqualis arcui.i.u.& cordæ similiter æquales per vigesimamoctauam tertii, ergo.a.e.æqualis est.c.x. per primam conceptionem, quod est propositum.

PROBLEMA XXXVIII. HVIVS, ET VLTIMVM QVARTI.

Intra datum circulũ, quindecagonum æquiangulũ atq; æquilaterum designare, & similiter circa eundem facere.

Datus circulus sit.a.b.c.ĩtra quem, vel ẽt circa eundē describam quindecagonũ æquilaterũ, æquiangulũq;. Cõstituo enim primũ triãgulũ similē, hoc est æquiangulũ, triangulo æquilatero, vt docet.xxviii.huius, cuius vnum latus sit

a.c.nam ipſe triangulus, æquilaterus etiam erit per.vi. primi, bis ſumptam, coadiuuante prima conceptione deinceps inuenio quoq; latus pentagoni deſcriptibilis in dato circulo, per.xxxiii.huius nempe.a.b.tunc manifeſtum eſt per communem ſcientiam, q ſubtracta quinta parte ex tertia, reſiduum eſt, duæ tertiæ illius quintæ partis, arcus autem.a.c.eſt tertia pars totius circunferentiæ, vt patet, arcus vero.a.b.quinta, ergo arcus.b.c.eſt duæ tertiæ arcus.a.b.id eſt duæ quintedecimæ totius circunferentiæ, porrò diuidens arcum.b.c.per æqualia in puncto.d. per.xxv.huius, protraho cordas.b.d.&.d.c. quæ æquales inuicem erunt per.xxviii.tertii, & per præcedentem, ita diuido tota circunferentiam, per cordas æquales. b.d. vel.d.c. & vnuſquiſque illorum arcuum, æqualis erit arcui.b.d.vel.d.c.per.xxvii.tertii. Si autem oportuerit circa dictum circulum hoc facere, non aliter procedendum eſt, quam vt.xxxiiii.huius, de pentagono docet, eadem ratio etiam eſt de quindecagono, & ita habebo propoſitum.

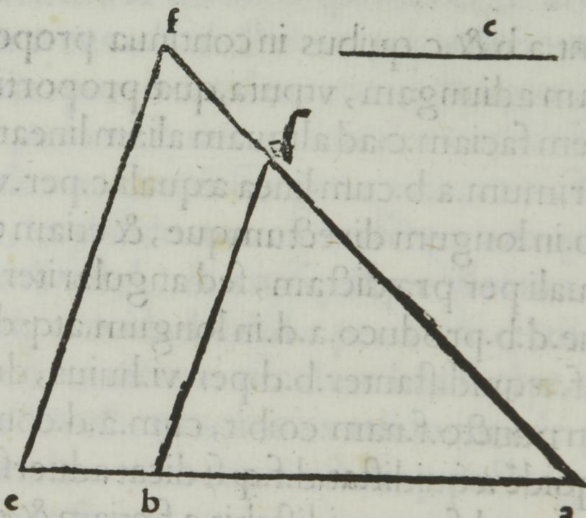


PROBLEMA XXXIX. HVIVS, ET II. SEXTI.

Duabus datis lineis, tertiam eis in continua proportionalitate ſubiungere; tribus etiam datis lineis, hoc idem facere, id eſt quartam eis in continua proportionalitate adiungere.

Datæ lineæ ſint.a.b.&.c.quibus in continua proportionalitate, tertiam adiungam, vtputa, quæ proportio eſt.a.b. ad.c.eandem faciam.c.ad aliquam aliam lineam, coniungo enim primum.a.b.cum linea æquali.c.per.viii.huius, nempe.e.b.in longum directumque, & etiam cum alia, eidem æquali per prædictam, ſed angulariter, ſitque.d. a.ductaque.d.b.produco.a.d.in longum, atq; directum, & duco.e.f. æquidiſtanter.b.d.per.vi.huius, dum coeat cum.a.d.in puncto.f.nam coibit, cum.a.d.concurrat cũ b.d.quæ quidẽ æquidiſtat.d.f.ꝙ ſi dicat aduerſarius hoc non eſſe, ergo.d.f.a.æquidiſtabit.e.f.etiam &.e.d.per trigeſimam primi, quod eſt abſurdum, concurrat igitur in puncto.f.tunc erit per ſecundam ſexti.a.b.ad.b.e.vt.a. d.ad.d.f. proportio vero.a.b.ad.b.e. eadem eſt, quæ.a. b.ad.c.per ſeptimam quinti, per quam eſt etiam.c.ad.d. f.vt.a.d.ad.d.f.ergo per vndecimam eiuſdem eſt.c.ad. d.f.vt.a.b.ad.c.quod eſt primum propoſitum. Si vero datæ fuerint tres lineæ proportionales, ſint.a.b:b.e.&.c. coniungam enim primam, & ſecundam, hoc eſt.a.b. & b.e.in longum, atque directum &.c.angulariter cum.a. b.in puncto.a.vel ei æquali per octauam huius, nempe.

a.d.ducens.d.b.produco.e.f.per ſextam huius, æquidiſtantem.b.d. protrahens.a.d. dum concurrat cum.e.f. in puncto.f.quod fiet per prædicta, mox erit per ſupradictam.ii.ſexti.a. d.ad.d.f. quemadmodũ.a.b.ad.b.e. ſed per ſeptimam quinti, eſt.c.ad.d.f.vt.a.d.ad.d.f.quamob rem per vndecimã eiuſdem ita ſe habebit.c.ad.d.f.qualiter.a.b.ad.b.e.quod eſt propoſitum.

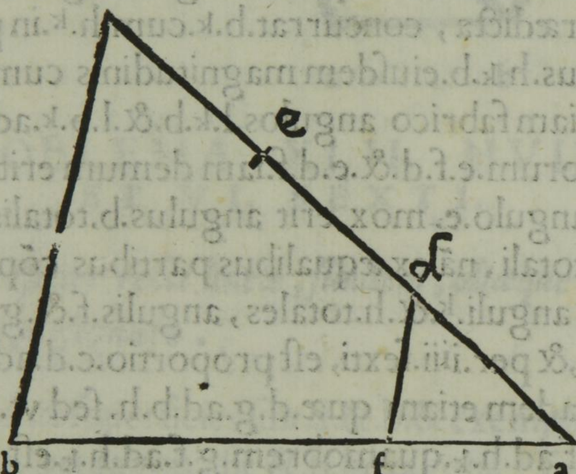


PROBLEMA XL. HVIVS, ET III. SEXTI.

Ab aßignata linea, quantancunque iubearis, partem abſcindere.

Data linea ſit.a.b.a qua, aliquam partem, vtpote tertiam abſcindam. Coniungo enim ad lineam.a.b.lineam indefi nite quantitatis angulariter, ſitque.a.c.a qua, mediante data apertura, tres æquales portiones abſcindo, quas

ſigno per.d.e.c.principio ſumpto a puncto.a.deinde dũ co.b.c.cui æquidiſtanter duco.d.f.per ſextam huius, tũc quia anguli.a.d.f.&.c.æquales inuicem ſunt per vigeſimamnonam primi, per quam etiam & anguli.a.f.d.&.b. reliquus hoc eſt.a.communis, erit per quartam ſexti.a. c.ad.a.d.vt.a.b.ad.a.f.& cum.a.d.tertia pars ſit totius.a. c.per hypotheſim, erit quoq;.a.f.tertia pars datæ lineæ. a.b.per communem ſcientiam, patet ergo propoſitum.

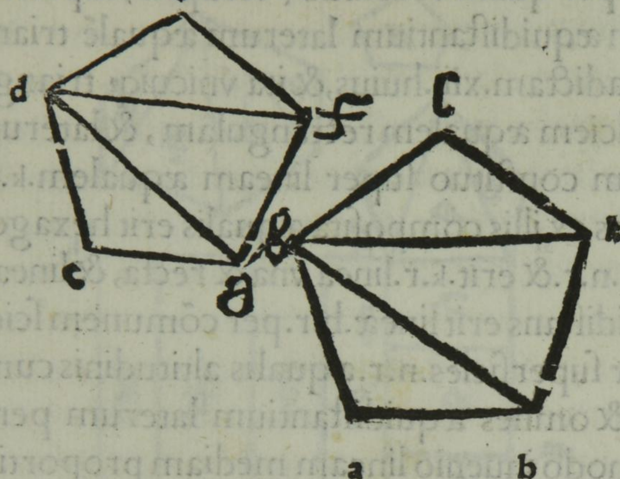


PROBLEMA XLI. HVIVS, ET V. SEXTI.

Supra datam rectam lineam, datæ ſuperficiei rectilineæ, ſimilem ſuperficiem deſcribere.

Data linea ſit.a.b.ſuper quam conſtituam ſuperficiem ſimilem ſuperficiei datæ, id eſt.g.d.f.quæ exempli gratia ſit pentagona, quã primo diuidens per triangulos vt.xxxii. primi demonſtrat, conſtituo in puncto.a.vt docet deci-

ma huius, angulum æqualem.c.nempe.h.a.b.(abſcindens.a.b.ad æqualitatem.c.d.per octauam huius,) per quam, alium æqualem.c.d.g.deſigno ad.b.ſitq;.a.b.h. tūc quia per.xxxii.primi, anguli.c.&.c.d.g.minores ſunt duobus rectis ſimiliter erunt.a.&.a.b.h.per communem ſcientiam, concurrent ergo.a.h.&.b.h.per definitionem, & per ſupradictam.xxxii.primi angulus.a.h.b.par erit angulo.c.g.d.deinde per prædictas rationes conſtituo angulos.k.h.b.&.k.b.h.æquales angulis.f.g.d.&.f.d.g. & cum per prædicta, concurrat.b.k.cum.h.k.in puncto.k. erit angulus.h.k.b.eiuſdem magnitudinis cum angulo. g.f.d.ita etiam fabrico angulos.l.k.b.&.l.b.k.ad æquitatem angulorum.e.f.d.&.e.d.f.iam demum erit angulus. l.æqualis angulo.e.mox erit angulus.b.totalis æqualis angulo.d.totali, nā ex æqualibus partibus cōponuntur, ſimiliter & anguli.k.&.h.totales, angulis.f.&.g.totalibus pares ſunt,& per.iiii.ſexti, eſt proportio.c.d.ad.a.b.vt.c. g.ad.a.h.eadem etiam quæ.d.g.ad.b.h. ſed vt.d.g.ad.b. h.ita eſt.g.f.ad.h.k.quamobrem.g.f.ad.h.k.eſt vt.c.d.ad a.b.per vndecimam quinti, & per eaſdem rationes.f.e. ad.l.k.&.e.d.ad.b.l.eſt vt.c.d.ad.a.b.quare per definitionem ſimilium ſuperficierum patet propoſitum.

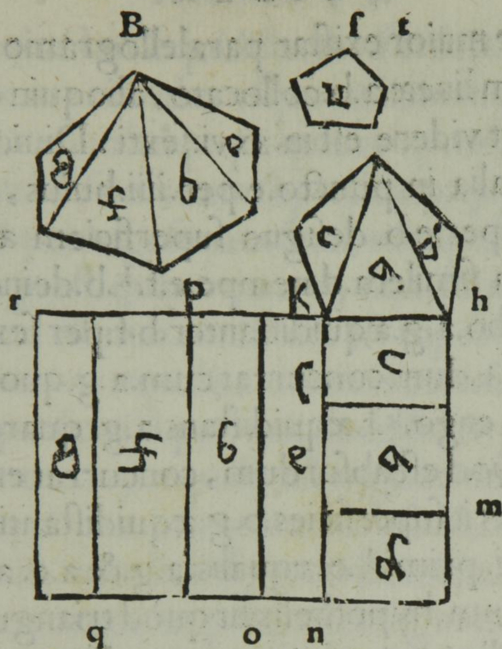


PROBLEMA XLII. HVIVS, ET VI. SEXTI.

Datæ ſuperficiei recti lineæ, ſimilem, aliæque propoſitæ æqualem, deſignare.

Duæ propoſitæ ſuperficies ſint.a.&.b.& exempli gratia ſuperficies.a.pentagona ſit &.b.hexagona. Tunc deſcribam ſuperficiem æqualem.b.& ſimilem.a.diuido primũ eas in triangulos,& ſint.d.a.c.&.e.b.f.g.deinde ſuper latus trianguli.a.quod ſit.h.k.erigo ſuperficiem rectangulam æquidiſtantium laterum,& æqualem trigono.c.per xiii.huius, quam voco per.h.l.& per eandem, alias duas ſuperficies æquidiſtantium laterum, & rectangulas fabrico,vt de præmiſſa feci,quæ quidem æquales ſint reliquis duobus trigonis,nempe.m.l.&.m.n.totaque ſuperficies ex iſtis tribus compoſita, hoc eſt.h.n.æqualis erit pentagono.a.dato,& linea.k.n.vna & recta erit per.xiiii.

primi, ſuper quam conſtituo (vt ſupra) ſuperficiem re ctãgulam æquidiſtantium laterum æqualẽ triangulo.e. per ſupradictam.xiii.huius,& ita vnicuiq; triangulo.b.f. g.ſuperficiem æqualem rectangulam, & laterum æqui diſtantium conſtituo ſuper lineam æqualem.k.n.totaq; ſuperficies ex illis compoſita æqualis erit hexagono dato, ſit illa.n.r.& erit.k.r.linea vna & recta, & linea totalis. n.q.æquidiſtans erit lineæ.h.r.per cõmunem ſcientiam, erit igitur ſuperficies.n.r.æqualis altitudinis cum ſuper ficie.h.n.& omnes æquidiſtantium laterum per hypotheſim, modo inuenio lineam mediam proportionalem inter.k.r.&.h.k.per decimamoctauam huius, ſitque.ſ.t. ſuper quam conſtituo ſuperficiem ſimilem.a.datæ, per præcedentem, ſtatim erit proportio ſuperficiei datæ.a. ad ſuperficiem.u.ei ſimilem vltimo confectam, vt lineæ. h.k.ad.k.r.per correllarium.xvii.ſexti, ſed per primam eiuſdem, ita eſt proportio ſuperficiei.h.n.ad ſuperficiem n.r.vt.h.k.ad.k.r.igitur per vndecimam quinti, vt ſuperficies.a.ſe habet ad ſuperficiem.u.ita etiam, ſuperficies. h.n.ad ſuperficiem.n.r.ſed per ſeptimam eiuſdem vt.a. ad.u.ita eſt.h.n.ad.u.nã per hypotheſim.a.&.h.n.æquales ſunt, erit per vndecimã eiuſdem.h.n.ad.u.vt ad.n.r. ergo.n.r.æqualis eſt.u.per nonam quinti, & cum.n.r. æqualis ſit hexagono.b.dato, erit demum ipſum hexagonum.b. æquale. u. pentagono, quare conſtat propoſitum.



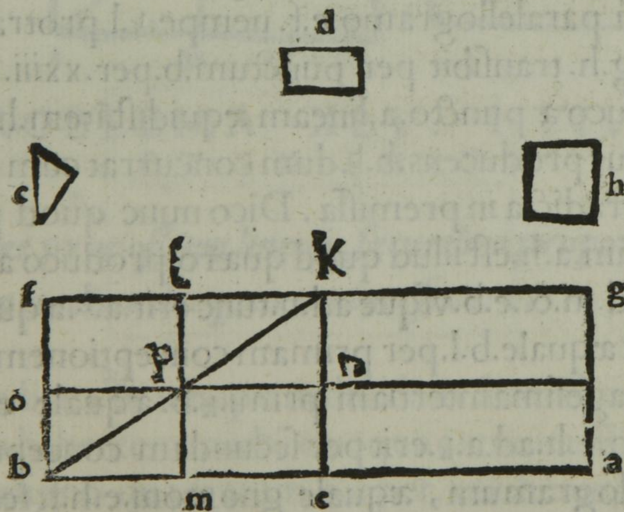
PROBLEMA XLIII. HVIVS, ET VII. SEXTI.

Trilatera ſuperficie propoſita, æquum ei ſuper quamlibet aßignatam lineam paralellogramum deſignare, cui deſit ad complendam lineam, aliæ ſuperficiei propoſitæ ſimile paralellogramum, quod ſecundum eiuſdem eſſe, paralellogramo ſuper dimidium datæ lineæ collocato, minime maius exiſtat.

Data linea ſit.a.b.propoſitus vero triangulus.c.aſsignatum autem paralellogramum.d.tunc cõſtituam ſuperficiem æquidiſtantium laterum, ſuper lineam.a.b.æqualem triangulo.c.ita quòd deſit ad complementum totius lineæ. a.b.paralellogramum ſimile.d.ſed neceſſe eſt vt triangu

lus.c.minime maior existat paralellogramo simili.d.super dimidium lineæ.a.b.collocato, alioquin quis frustra operabitur vt videre est in.xxvi.sexti. Diuido primum a.b.per æqualia in puncto.e.per.iiii.huius, deinde per xli.huius, super.e.b. designo superficiem æquidistantium laterum similem.d.nempe.e.f.k.b.deinceps a puncto.a.protraho.a.g.æquidistanter.b.f.per sextam huius, & produco.f.k.dum concurrat cum.a.g.quod si non cõcurrunt, est ergo.k.f.æquidistans.a.g. quare &.b.f. per xxx.primi quod est absurdum, concurrat ergo in puncto.g.modo erit superficies.b.g.æquidistantium laterũ, & per.xxxiiii. primi.k.e.æqualis.a.g.&.a.e. æqualis.g.k. nunc vero, cum hypothesis sit quod triangulus.c.nõ sit maior paralellogramo.b.k.imo æqualis aut minor, si vero ei æqualis fuerit erit paralellogramũ.a.k.quale quæritur, quia æquale erit triangulo.c.dato, per primam conceptionem cum æquale sit paralellogramo.e.f.per xxxvi.primi. Sed si triangulus datus minor fuerit paralellogramo.b.k.cuius rei scientia facilis est per octauam conceptionem, comparata latera tetragonica adinuicẽ, superficiei.b.k.&.c.trigoni per octauam huius, quæ inuenta sint secundum doctrinam.xix.huius, sit ergo minor in superficie aliqua, cui aliam facio æqualem, sed similem.d.per præmissam, & sit.h.quæ similis erit.e.f.per xx.sexti, igitur est ei æquiangula & laterum illius lateribus proportionalium, protraho enim diametrum.b.k.in superficie.e.f.& reseco.k.f.&.k.e.ad puncta.l.&.n.vt æqualia sint duobus lateribus ex quibus in se inuicem ductis cõstat superficies.h.per octauam huius, duco etiam

per sextã huius.l.m.æquidistanter.f.b.&.n.o.æquidistan tem.a.b.quam protraho vsque ad lineam.a.g.& linea.l.m.secet.n.o.in puncto.p.qui quidem punctus est in diametro per.xxiii.sexti, nam superficies.k.p.similis est superficiei.k.b.per vigesimam sexti, modo dico, quòd superficies.a.p.est quam quæro, nam supra residuo lineæ.a.b.quod est.m.b.constituta est superficies æquidistantium laterum æqualis altitudinis cum superficie.a.p. & similis superficiei.d.per.xxii.&.xx.sexti, præterea paralellogramum.a.p.æquale est trigono dato.c.per primam conceptionem, nam.a.n.par est cũ.n.b.per.xxxvi. primi, &.n.m.æqualis.p.f.per.xliii.eiusdem, paralellogramum vero totum.a.p.æquale est gnomoni.n.b.f.patet ergo propositum. Scire autem idoneum est q non solum de triangulo hoc facere possumus, sed etiã de quacunque recti linea superficie nobis proposita conditionata vt supradictum est.

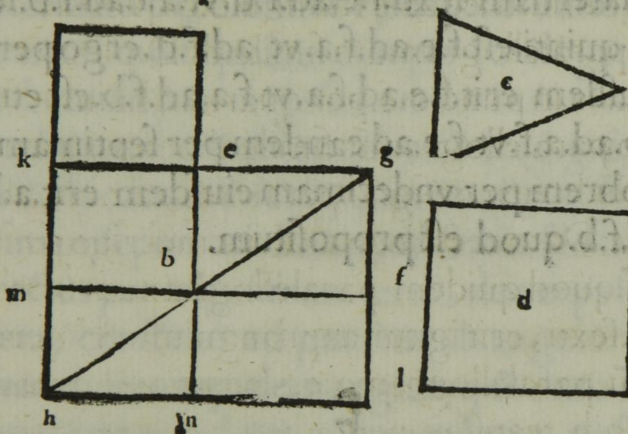


PROBLEMA XLIIII. HVIVS, ET VIII. SEXTI.

Super datam lineam, datæ superficiei recti lineæ, æquum paralellogramum constituere, quod addat super complectionem datæ lineæ, paralellogramum dato paralellogramo simile.

Sit vt in præmissa, data linea.a.b.datus rectilineus.c.datũq; paralellogramum.d.constituam enim super lineam.a.b. paralellogramum æquale triangulo.c.quod addat ad lineam.a.b.paralellogramum simile.d. Diuido lineam.a. b.per æqualia in puncto.e.per quartam huius, & supra e.b.fabrico paralellogramũ simile.d.per.xli.huius, deinde per.xlii.huius, designo paralellogramum simile.d. & æquale.c.Dato rectilineo.c.& circunscribo paralellogramo.e.f.quod quidem paralellogramum simile erit. e.f.per.xx.sexti, erit igitur æquiangulum & laterũ proportionaliũ paralellogramo.e.f. nempe.k.l.protractaq; diametro.g.h. transibit per punctum.b.per.xxiii. sexti, deinceps duco a puncto.a.lineam æquidistãtem.h.l.per sextam huius producens.h.k.dum concurrat cum ea qđ fiet per supradicta in premissa. Dico nunc quod paralellogramum.a.h.est illud quod quæro,produco autem f.b.vsque ad.m.&.e.b.vsque ad.n.tunc erit.a.k.æquale.k. b.quare est æquale.b.l.per primam conceptionem,quia per quadragesimamtertiam primi.k.b. æquale est.b.l. addito ergo.e.h.ad.a.k.erit per secundam conceptionẽ. a.h.paralellogramum, æquale gnomoni.e.h.f. sed iste

gnomon æqualis eſt rectilineo dato, quapropter.a.h. æquale eſt dato rectilineo, & addit ad perfectionem lineæ.a.b.paralellogramum.b.h.quod quidem ſimile eſt dato.d.per.xxii.&.xx.ſexti, quare conſtat propoſitum, ſed ad conſtituendum.k.l.ſupra.e.f.ita quòd angulus.g. ſit cōmunis vtriq;, vtemur octaua huius, hoc eſt in protrahendo.g.e.&.g.f.ad æqualitatem.g.k.&.g.l.poſtea vero ſexta huius, mediante productæ ſunt.k.h.&.l.h.æqui diſtanter.g.l.&.g.k.& cætera.

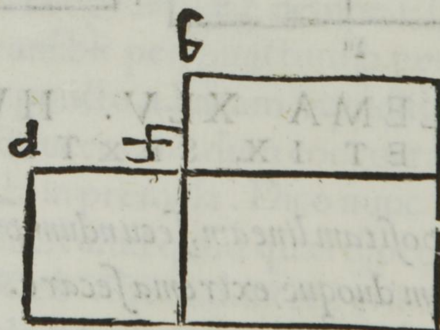


PROBLEMA XLV. HVIVS, ET IX. SEXTI.

Quamlibet propoſitam lineam, ſecundum proportionem habentem medium duoque extrema ſecare.

Propoſita linea ſit.a.b.quam diuidam ſecundum proportionem habentem mediū duoque extrema. Ex ipſa quidem deſigno quadratum.b.c.per.xiiii.huius, & ad eius

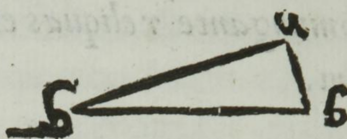
latus.a.c.adiungo paralellogramum.d.c.æquale.b.c.ita quòd addat ad perfectionem lineæ.a.c.ſuperficiem, hoc eſt paralellogramum ſimile.b.c.& latus.d.e.ſecet lineã. a.b.in puncto.f.tunc dico lineam.a.b.diuiſam eſſe in puncto.f.vt proponitur, nam.a.d.paralellogramum, quadratum eſt, quia etiam.b.c.ita eſt, igitur.d.f.æqualis eſt. f.a.&.f.e.æqualis eſt.a.c.per.xxxiiii.primi, ſed etiã æqualis erit.a.b.per primam conceptionem, deinde cum per tertiam cõceptionem.a.d.æquale ſit.b.e.& angulus.b.f.e.æqualis angulo.a.f.d.per decimamquintã primi, erit per decimãtertiam ſexti.f.e.ad.f.d.vt.a.f.ad.f.b.ſed per ſeptimam quinti,eſt.f.e.ad.f.a.vt ad.f.d.ergo per vndecimam eiuſdem erit.f.e.ad.f.a.vt.f.a.ad.f.b.eſt etiã proportio.a.b.ad.a.f.vt.f.e.ad eandem per ſeptimam quinti, quamobrem per vndecimam eiuſdem erit.a.b.ad.a.f.vt.a.f.ad.f.b.quod eſt propoſitum.

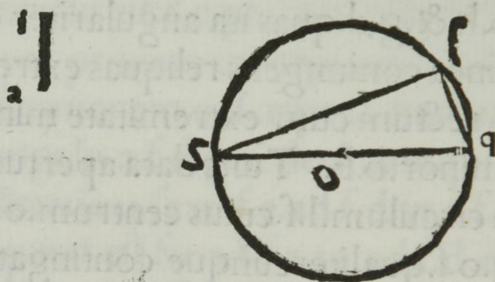


PROBLEMA XLVI. HVIVS,

Duas lineas datas, ita angulariter coniungere, ut altera earum cum reliqua coniungante reliquas extremitates, faciat angulum rectum.

Datæ lineæ ſint.b.h.&.g.d.quas ita angulariter cõiungam, vt aliqua alia linea coniungens reliquas extremitates, faciat angulum rectum cum extremitate minoris lineæ, ſit igitur.g.d.minor.b.h. Tunc data apertura mediante, deſcribam circulum.l.ſ.cuius centrum.o.protrahãq; diametrum.q.o.ſ.qualitercunque contingat, deinde vt docet ſecunda pars trigeſimænonæ huius, lineam inuenio, ad quam ſe habeat.q.ſ. vt.b.h.ad.g.d. nempe.a.i. quam collocabo in circulo.q.ſ.a puncto.q.ſitque.q.l.per trigeſimamſeptimam huius, ducens.l.ſ.iam erit angulus.l.rectus per trigeſimam tertii, deinceps ſupra linea. b.h.data, conſtituo ad punctum.b.angulum.h.b.u.per decimam huius, æqualem angulo.q.& duco lineam.b.u. ad æqualitatem.g.d.per octauam huius, poſtea vero cõduco.u.h.modo quia per ſeptimam quinti, ita ſe habet. b.h.ad.b.u.vt ad.g.d.æqualiter ergo ſe habebit vt.q.ſ.ad q.l.& angulus.b.par cum angulo.q.quapropter per.vi. ſexti, angulus.u.æqualis eſt angulo.l.ſed angulus.l.rectus eſt, ſtatim erit.u.angulus, rectus, quod eſt propoſitum.





PROBLEMA XLVII. HVIVS, QVOD IN FINE XIII. PROPOSItionis decimi positum est.

Duas datas lineas, quarum una, minor medietate reliquæ existat, ita minorem supra maiore erigere, ut inter sectiones, medio loco proportionaliter existat.

Duæ datæ lineæ sint.d.f.&.f.b.sed.f.b.minor sit medietate. d.f.erigam enim.f.b.in aliquo puncto lineæ.d.f.ita quòd b.f.vel ei æqualis, sit medio loco proportionalis inter sectiones, erigo primo.b.f.orthogonaliter ad punctum.f. per primam huius, coadiuuante.viii.deinde diuido.d.f. per æqualia in puncto.o.per quartã huius, ducens.o.b. & data apertura mediante describo semicirculum.i.a.e. deinceps a puncto.e.duco per primã huius.e.c.perpen-

dicularitér ad.d.f.quæ quidem æquidiſtans erit.b.f.per xxviii.primi, & tanget ſemicirculũ in puncto.e.per correllarium.xv.tertii, & angulus.o.c.e.æqualis angulo.b. per.xxix.primi, quare per.iiii.ſexti, ita ſe habet.e.c.ad.f. b.vt.o.e.ad.o.f.& per.xvi.quinti.e.c.ad.o.e.vt.b.f.ad.o.f. & cum per hypotheſim.b.f.minor ſit.o.f.erit.e.c.minor ſemidiametro.o.e.per.xiiii.quinti, nunc vero ducam.c. a.per ſextam huius æquidiſtanter.d.f.modo per communem ſcientiam ſecabit circunferentiam in aliquo puncto vtputa.a.aliter.e.c.maior eſſet ſemidiametro, quod eſt impoſsibile &c.duco nunc a puncto.a.lineã.a.n.æqui diſtanter.e.c.per ſextam huius,erit etiam æquidiſtans.b. f.per.xxx.primi, duco quoq;.a.i.&.a.e.erunt aũt anguli ad.n.recti per.xxix.primi, quare per definitionem.a.n. perpendicularis erit ad.d.f.erit etiam æqualis.e.c. per xxxiiii.primi,prӕterea diuidã.d.f.in puncto.g.vt.i.e.diuiſa eſt in pũcto.n.per.xvii.huius, poſtea vero a puncto. g.erigo perpendicularem.ad.d.f.per primã huius,& eã æqualem facio.b.f. per.viii.ſitq;.g.k.nunc erit per.xviii. quinti.d.f.ad.f.g.vt.i.e.ad.n.e.& cũ per ſupradicta ita ſe habeat.b.f.ad.f.o.vt.e.c.ad.o.e.& per communem ſcientiam.f.o.ad.f.d.vt.o.e.ad.i.e.tunc erit per vigeſimamſecundam quinti.b.f.ad.d.f.vt.e.c.ad.i.e.& per eandem ita b.f.ad.f.g. vt.c.e.ad.e.n. porrò eſt per hypotheſim.g.f. ad.d.g.vt.n.e.ad.i.n.erit quoq; per ſupradictã vigeſimã ſecundã quinti.b.f.ad.d.g.vt.e.c.ad.i.n.& econuerſo per tertiam partem, decimænonæ quinti, id eſt.d.g.ad.b.f. vt.i.n.ad.e.c.ſed etiam demonſtraui,quod ita ſe habebat.b.f.ad.f.g. vt.e.c.ad.e.n. Vlterius , cum autem.g.k.

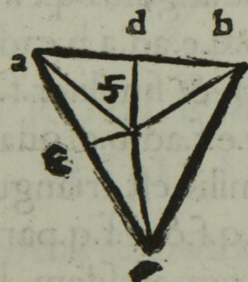
æqualis ſit.b.f.&.a.n.e.c.erit per.vii.quinti.d.g.ad.g.k.vt ad.b.f.quare vt.i.n.ad.e.c.per.xi.eiuſdem, ſed per ſupra dictam.vii.quinti, eſt.i.n.ad.a.n.vt ad.e.c.igitur erit per xi.eiuſdem.d.g.ad.g.k.vt.i.n.ad.a.n.per eaſdem ſimiliter rationes eſt.g.k.ad.g.f.vt.a.n.ad.n.e.& cum per.ix.ſexti, a.n.medio loco proportionalis ſit inter.i.n.&.n.e.ita erit. g.k.inter.d.g.&.g.f.quod ita patet, nam vt.a.n.ad.n.e.ita eſt.i.n.ad.a.n.per prædictam nonam ſexti, & cum.i.n.ad n.a.ſit vt.d.g.ad.g.k.ita erit.a.n.ad.n.e.vt.d.g.ad.g.k.per xi.quinti, ſed.g.k.ad.g.f.ſimiliter ſe habet vt.a.n.ad.n.e. per prædictam, ergo ſe habebit vt.d.g.ad.g.k.quod eſt propoſitum.

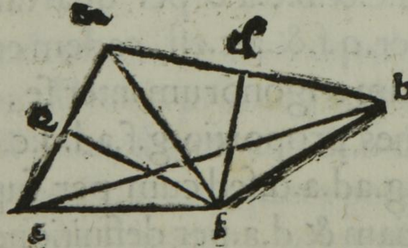
PROBLEMA XLVIII. HVIVS, ET V. QVARTI.

Centrum circuli circundantis propoſitū trigonum inuenire.

Propoſitum quoduis trigonum, ſit.a.b.c.inueniam enim cē trum circuli illum circundantis, diuido primū duo eius latera per æqualia ad puncta.d.&.e.per quartam huius,

a quibus punctis ad easdem lineas, duco duas perpendiculares per primam huius, & dum concurrant, eas produco, quia ex necessitate concurrunt, nam si linea intelligatur protrahi a puncto.d.ad punctum.e.ipsa quidem, angulos rectos secabit per communem scientiam, quare per definitionē concurrunt, conueniant ergo ad punctum.f.& duco.a.f:f.b.&.f.c.tunc quia.a.e.æqualis est.e.c.per supradicta,& anguli ad.e.æquales, quia recti sunt per definitionem perpendicularis lineæ super lineam, latus vero.f.e.commune est, quamobrem per quartam primi.f.c.æquale erit lateri.f.a.per easdem etiam rationes.b.f.æqualis erit lineæ.a.f.& per primam conceptionem.b.f.&.f.c.pares erunt, quapropter per nonam tertii, punctus.f.erit centrum circuli transeuntis per punctos.a.b.c.mox per definitionem in principio tertii positam, patet propositum.



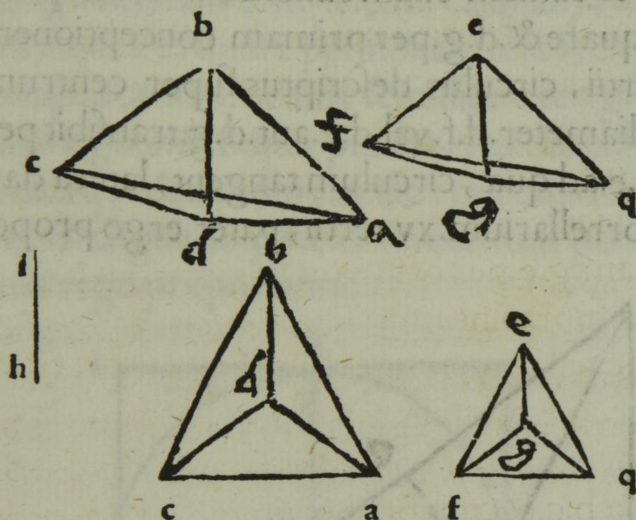


PROBLEMA XLIX. HVIVS,

Propositum sit, triãgulum designare similem dato, ita quod punctus datus, sit centrum circuli illum circundantis, item quòd semidiameter illius circuli, data sit.

Datus triangulus sit.a.b.c.punctus autem.g.linea vero.h.i. nam trigonum describã similem.a.b.c.taliter quòd punctus.g.sit centrum circuli, illum circumeuntis, cuius semidiameter minime maior vel minor existat data linea. h.i.inuenio primum centrum circuli continentis trigonum.a.b.c.scilicet.d. protrahens.d.b.d.a.&.d.c. deinde, duco lineam.g.e.per octauam huius, æqualem datæ.h.i.deinceps supra lineam.g.e.constituo duos triangulos ex vtraque parte quorum alter sit.g.e.f.similis.b.d.c.reliquus vero.g.e.q.similis.a.b.d.per.xii.huius, ducens postea.q.f.erit etiam per conceptionẽ angulus.q.e.f.æqualis angulo.a.b.c.& cum proportio.q.e.ad.a.b.eadem sit, quæ.g.e.ad.b.d.per quartam sexti, & similiter.f.e.ad.b.c.erit per.xi. quinti.q.e. ad.a.b.vt.e.f.ad.b.c. quare per definitionem, triangulus.q.e.f.similis est triangulo.a.b.c.quia per sextam sexti, anguli.e.q.f.&.e.f.q.pares sunt angulis.b.a.c.&.b.c.a.& per quartam eiusdem, habitudo quæ inter.q.f.&.a.c.est, eadem etiam habent reliqua latera illorum trigonorum inter se. Præterea per easdem rationes proportio.g.f.ad.d.c.est vt.g.e.ad.d.b. & similiter.q.g.ad.a.d.sed cum per supradicta.d.c.æqualis sit.d.b.etiam &.d.a.per definitionem circuli, erit per vii.quinti.g.f.ad.d.b.vt ad.d.c.quare per.xi.eiusdem.g.

e. ad.d.c. est vt.g.f.ad.d.c. igitur.g.e.par est.g.f. per.ix. prædicti, per easdem similiter.q.g.æquatur.g.e.& per ix.tertii, circulus cuius centrum.g.& semidiameter.g.e. transibit per.q.&.f.&.g.e.sed p hypothesim.g.e.æqualis est.h.i.ergo per primam cōceptionem.g.q.&.g.f.æquales sunt.h.i.patet etiam propositum.

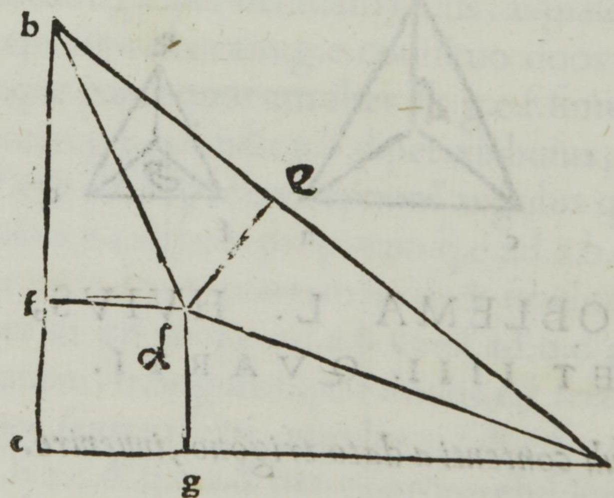


PROBLEMA L. HVIVS, ET IIII. QVARTI.

Centrum circuli contenti a dato trigono, inuenire.

Datus sit trigonus.a.b.c.& inueniam centrum circuli circū scripti a dicto trigono. Diuido primum angulos.a.&.b. per æqualia per nonā huius, ducens.a.d.&.b.d.quæ quidem, se inuicem interfecabunt antequam perueniant ad c.b.&.a.c.per communem scientiam, conueniant igitur in puncto.d.a quo duco perpendicularem ad.b.a.per

quintam huius, nempe.d.e.& ad.b.c.ſcilicet.d.f.ad.a.c. vero.d.g. nunc autem anguli ad.e.ad.g. & ad.f. omnes inuicem æquales erunt, quia per definitionē perpendicularis lineæ ad lineam, hoc ſatis patet. Erit etiam angulus.d.a.e.par angulo.d.a.g.per hypotheſim & cum latus.a.d.commune ſit, erit per.xxvi.primi.d.g.æqualelateri.d.e.per eaſdem etiam rationes.d.f.linea par erit lineæ.d.e.quare &.d.g.per primam conceptionem, ideo per.ix. tertii, circulus deſcriptus ſuper centrum.d.cuius ſemidiameter.d.f.vel.d.e.aut.d.g.tranſibit per puncta.f.g.&.e.ad quæ, circulum tangent, latera dati trigoni, per correllarium.xv.tertii, patet ergo propoſitum.

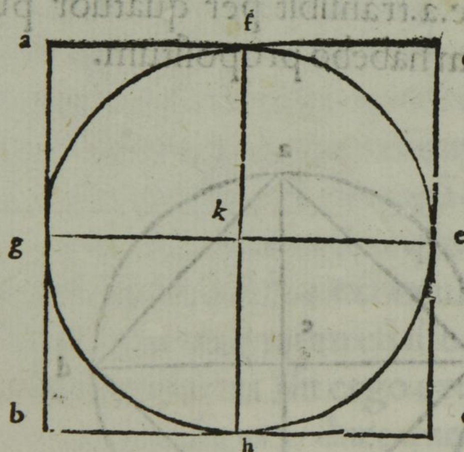


PROBLEMA LI. HVIVS, ET VIII. QVARTI.

Centrum circuli contenti a dato quadrato, inuenire.

Datum quadratum ſit.a.b.c.d.inueniam enim centrum cir

culi a dato quadrato circunſcripti. Diuido primum, vnumquodq; latus dati quadrati per æqualia per quartam huius, ad.f.g.h.e.& duco.f.h.&.g.e.tunc per.xxxiii. primi.h.f.æqualis, & æquidiſtans erit.a.b.ſimiliter.g.e. b.c.& per primam conceptionem.g.e.æqualis erit.b.a. per quam erit etiam par lineæ.h.f.per eaſdem quoque rationes.g.k.æqualis erit.k.e.&.h.k.æqualis.k.f.& omnes inuicem æquales, quare per nonam tertii, circulus deſignatus ſupra centro.k.cuius ſemidiameter.g.k.tranſibit per puncta.g.f.e.&.h.quæ puncta erunt contingentiæ, laterum dati quadrati cum circulo, per correllarium.xv. tertii, quia anguli ad.g.f.e.&.h.recti ſunt per.xxix.primi, patet ergo propoſitum.

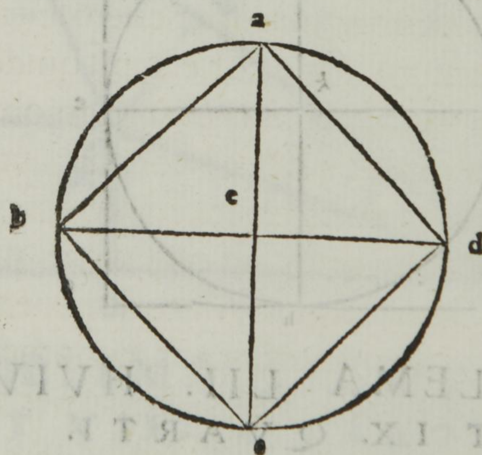


PROBLEMA LII. HVIVS, ET IX. QVARTI.

Centrum circuli circundantis datum quadratum, inuenire.

Datum quadratum ſit.a.b.c.d.propoſitum autem ſit cen-

trum circuli inuenire datum quadratum circundantis. Duco primum.a.c.&.b.d.diametros dati quadrati, quæ quidem ſe inuicem interſecabunt in puncto.e. deinde cum.a.d. &.a.b. pares ſint per definitionem quadrati, erit angulus.a.d.b. æqualis angulo.a.b.d. per quintam primi, & quia etiam angulus.a.totalis, rectus eſt vt com petit quadrato, igitur vnuſquiſque angulorum.a.d.b. &.a.b.d.eſt medietas recti, per eaſdem ſimiliter rationes, angulus.c.a.b.medietas recti erit, ergo.a.e.æqualis eſt.e.b.per ſextam primi, quia per conceptionem angulus.e.a.b.æqualis eſt angulo.e.b.a.per eundem modum.e.d.&.e.c.pares ſunt, & omnes inuicem æquales, quare per nonam tertii, circulus cuius centrum.e.ſemidiameter vero.e.a.tranſibit per quatuor puncta.a.b.c. &.d.quamobrem habebo propoſitum.

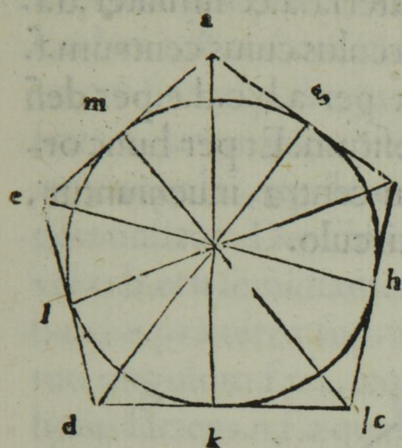


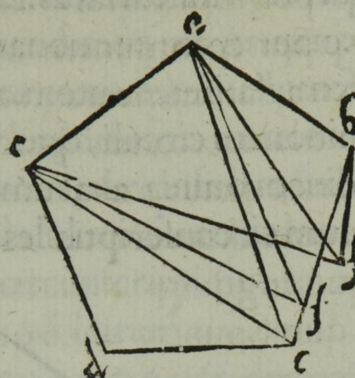
PROBLEMA LIII. HVIVS, ET XIII. QVARTI.

Centrum circuli a pentagono æquiangulo atque æquilatero circunſcripti, inuenire.

Datus pentagonus æquiangulus, æquilaterusque ſit.a.b.c. d.e.propoſitum vero ſit, centrum circuli circnndati a dato pentagono inuenire. Diuido primum duos eius propinquos angulos ſcilicet.a.&.e.per æqualia per nonam huius, ducens.a.f.&.e.f.donec concurrant in puncto.f. nam manifeſtum eſt eas concurrere per petitionem, cũ anguli.e.a.f.&.a.e.f.minores ſint duobus rectis, quia ſi intelligantur duæ lineæ protractæ per.e.b.&.a.d. tunc erunt duo trianguli, quorum vnus erit.e.b.a.reliquus vero.a.d.e.& anguli.a.&.e.totales, minores erunt quatuor rectis per.xxxii.primi, quare per cõem ſcientiã, cũ eorũ medietates ſint anguli.f.a.e.&.f.e.a.ipſi quidẽ ſimul ſum ptis, minores erunt duobus rectis, quamobrem per ſupradictam petitionem.a.f.&.e.f.concurrunt, etiam dico quòd intra datum pentagonum eſt iſto concurſus, quod ſi non (vt vult aduerſarius) ſit ergo extra pentagonum vt in ſecunda apparet figura, ducoque lineam.b.f.deinde cum.e.a.&.a.b.æquales ſint per hypotheſim &.a.f.cõmunis, etiam anguli ad.a.pares ſint erit per quartam primi, angulus.a.e.f.æqualis angulo.a.b.f.nam ad relationem inuicẽ ſunt ſupra baſibus.e.f.&.f.b.quare pars erit maior toto, angulus autem.e.totalis par eſt angulo.a.b. c.per hypotheſim, ſed angulus.e.partialis minor eſt to-

tali per ſupradicta & angulus.a.b.f.maior eſt angulo.a.b.c.per communem ſcientiam, quapropter non cadet extra datum pentagonum, ſed ſi dicat quod ſupra aliquo latere, cadat igitur, eritque per prædictas rationes, pars æqualis toto, quia anguli.a.e.f.&.a.b.f.nullam habebunt differentiam, ſimiliter quoque ſi cadit ſupra aliquo angulorum, cadat ergo intra datum pentagonum a quo.f.puncto duco quinque perpendiculares ad quinque latera pentagoni per quintam huius, ſcilicet.f.g.f.h.f.k.f.l.&.f.m.dicens ſic, anguli ad.a.inuicē æquales ſunt per hypotheſim, & angulus.f.m.a.æqualis eſt angulo.f.g.a.quia ambo recti per definitionem perpendicularis, & quia latus.a.f.commune eſt ambobus trigonis.f.a.m.&.f.a.g.erit.f.m.æqualis.f.g.per vigeſimamſextam primi, per eaſdem etiam.f.m.non differt ab.f.m.in longitudine, quare nec ab.f.g.per primam conceptionem, per ſupradictas rationes demonſtrabo omnes quinque perpendiculares inuicem pares eſſe, quare per nonam tertii, circulus cuius centrum.f.tranſibit per quinque puncta.m. g.h.k.l. per definitionem circuli, ſi ſemidiameter vni earum perpendicularium æqualis fuerit, & per correllarium decimæquintæ tertii, circunferentia, vnum quodque latus pentagoni tanget ad puncta perpendicularium, quare patet propoſitum.



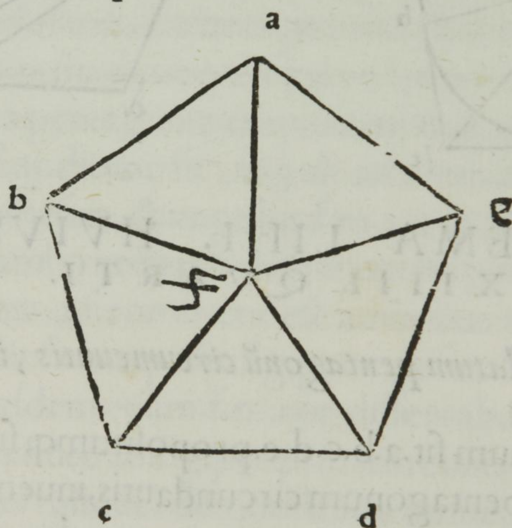


PROBLEMA LIIII. HVIVS, ET XIIII. QVARTI.

Centrum circuli, datum pentagonũ circumeuntis, inuenire.

Datum pentagonum ſit.a.b.c.d.e.propoſitumq; ſit, centrũ circuli datum pentagonum circundantis, inuenire. Diui do primum duos eius propinquos angulos.a.&.e.per æqualia ducens.f.a.&.f.e.quæ quidẽ concurrrent intra datum pentagonũ, vt demonſtratum eſt in præmiſſa, ſit igitur punctus concurſus.f.a quo duco.f.b.f.c.&.f.d.deinde.a.f.æqualis eſt.f.e.per ſextam primi, & cum anguli ad.a.inuicem æquales ſint, & latera.a.b.&.a.e.ſimiliter, latus vero.a.f.commune, tunc erit per quartam primi.f.b. æqualis.e.f.quare &.a.f.per primam conceptionem, præterea erit angulus.f.b.a. æqualis angulo.f.a.b. per quintam primi, & cum angulus.f.a.b.dimidium ſit totalis.a.& totalis.a.par ſit totali angulo.b. per hypotheſim, tunc erit angulus.f.b.c. æqualis angulo.f.b.a. &

per supradicta latus.f.c.æquale lateri.f.a.& similiter.d.f. quapropter per nonam tertii, circulus cuius centrum.f. semidiameter autem.a.f.transibit per.a.b.c.d.e.per definitionem circuli, quod est propositum. Et per hunc ordinem omnia aliarum figurarum centra, inueniuntur, cum circunscriptibiles fuerint a circulo.



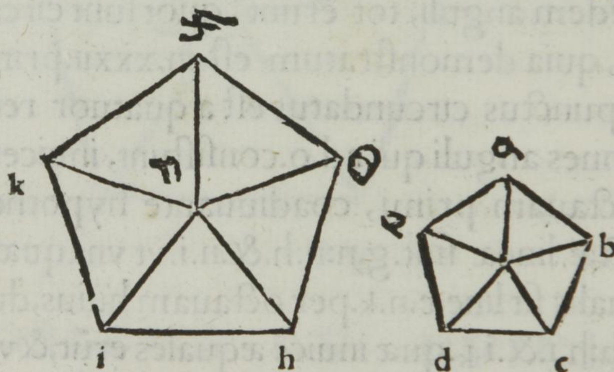
PROBLEMA LV. HVIVS,

Circa datum centrum, figuram æquiangulam, æquilateramque designare, datæ similem, cuius semidiameter circundantis circuli data sit.

Data figura sit.a.b.c.d.e.æquiangula æquilateraque centrum autem.n. semidiameter vero.n.k.propositũ enim sit, figuram designare similem datæ, cuius cẽtrum eam circundantis circuli, sit.m.semidiameter quidem.n.k.inuenio primum cẽtrum circuli circunscribentis figuram.

a.b.c.d.e.per præcedentem, ſcilicet.o.a quo duco.o.a.o. e.o.b.o.c.&.o.d.nec dubium eſt quin hæ omnes lineæ inuicem ſint æquales per definitionem circuli, & figuræ intra figuram inſcriptæ, cum per hypotheſim.a.b.c.d.e. æquiangula, æquilateraque ſit, nam præmiſſa hoc ſatis demonſtrat. Deinde vnaquæq; iſtarum.a.o.o.e.o.d.o.c. vel.o.b.erit ſemidiameter circuli circunſcripti figuræ.a. b.c.d.e.prȩterea ſupra puncto.n.ad lineam.n.k.conſtituo angulum.f.n.k. æqualem angulo.a.o.e.per decimã huius faciens.n.f.æqualem.n.k.per octauam ducens etiã f.k.& ita facio angulum.g.n.f.& cæteros,circa punctum. n.qui quidem anguli, tot erunt, quot ſunt circa.o.& eis æquales, quia demonſtratum eſt in.xxxii.primi, quòd quilibet punctus circundatus eſt a quatuor rectis, ſunt etiam omnes anguli qui ad.o.conſiſtunt, inuicem æquales per octauam primi, coadiuuante hypotheſi, deinceps ductæ lineæ ſint.g.n:n.h.&.n.i.vt vnaquæque illarum æqualis ſit lineæ.n.k.per octauam huius,duco poſtea.g.f.g.h:h.i.&.i.k.quæ inuicẽ æquales erũt,&vnaquæq; illarum æqualis.k.n.per quartam primi, & primam conceptionem, porrò angulus.n.f.k.æqualis erit angulo.n. k.f.per quintam primi, ſed ſimiliter anguli.o.a.e.&.o.e. a.& cum angulus.k.n.f. æqualis ſit angulo.a.o.e. erunt anguli.o.a.e.&.o.e.a. æquales angulis.n.f.k.&.n.k.f.per xxxii.primi, coadiuuante tertia conceptione, & per cõmunem ſcientiam vnuſquiſq; angulorum.n.f.k.&.n.k.f. par erit vnicuique.o.a.e.&.o.e.a.& ita de reliquis dico, quare vnuſquiſque totalium angulorum.f.k.i.h.g.æqualis vnicuique erit angulorum.a.e.d.c.b.per conceptio-

nem, nam ſi dimidia inuicem æqualia ſunt, tota etiam paria erunt, & cum demonſtratum ſit vnumquodque laterum.f.g.k.h.i.æquale eſſe lateri.f.k.erit igitur per.vii. quinti, proportio.f.k.ad.a.e.eadem quæ vniuſcuiuſque reliquorum laterum.f.g.h.i.k.ad vnũquodque reliquorum figuræ.a.b.c.d.e.quare figura.f.g.h.i.k.ſimilis eſt figuræ.a.b.c.d.e.& centrum circuli eam circundantis eſt.n.per nonam tertii, ſemidiameter vero linea.n.k.patet ergo propoſitum.

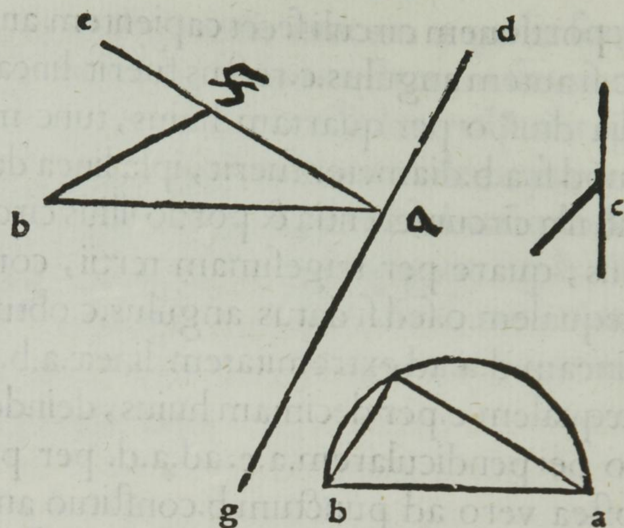


PROBLEMA LVI. HVIVS, ET FERE' V. TERTII.

Centrum circuli inuenire, qui circulus in ſe contineat aliquam datam lineam, ita quòd pars circuli ſecta a data linea angulum capiat æqualem dato.

Data linea ſit.a.b.angulus vero datus.c.inueniam igitur cẽtrum circuli tranſeũtis per extremitates lineæ.a.b.ita vt

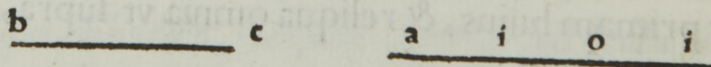
dicta linea, portionem circuli secet capientem angulum æqualem.c.si autem angulus.c.rectus fuerit lineam.a.b. per æqualia diuiso per quartam huius, tunc manifestum est quòd si.a.b.diameter fuerit, ipsa linea data contenta erit ab illa circunferentia & portio illius circuli erit semicirculus, quare per trigesimam tertii, continebit angulum æqualem.c.sed si datus angulus.c.obtusus fuerit, duco lineam.d.a.ad extremitatem lineæ.a.b.faciens angulum æqualem.c.per decimam huius, deinde a puncto.a.erigo perpendicularem.a.e. ad.a.d. per primam huius, postea vero ad punctum.b.constituo angulum æqualem.f.a.b.per decimam huius, ducta.b.f. vsq; quo concurrat cum perpendiculari.a.e.quod patet per definitionem, quia per communem scientiam anguli.f.a.b. &.a.b.f.minores sunt duobus rectis, sit igitur punctus concursus.f.modo erit per sextam primi, linea.f.a.æqualis lineæ.f.b.iam patet per correllarium decimæquintæ tertii, quòd circulus cuius semidiameter.a.f.centrum autem.f.tanget lineam.a.d.ad.a.& per definitionem circuli circunferentia transibit per puncta.a.&.b.quare per trigesimamprimam tettii, patet propositum. Si vero angulus.c.acutus fuerit, producam lineam.a.g.continentem cum linea.a.b.angulum æqualem.c.per decimam huius, ad quam a puncto.a.erigam perpendicularem per primam huius, & reliqua omnia vt supra, & habebo propositum.



PROBLEMA LVII. HVIVS, ET II. PRIMI.

A dato puncto, cuilibet rectæ propositæ, æquam rectam lineam ducere.

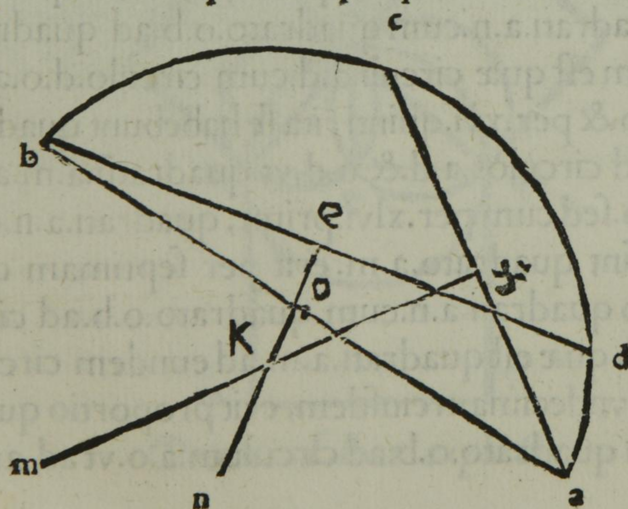
Proposita linea sit.b.c.datus autem punctus sit.a.a quo ducam lineam æqualem.b.c.protraho primum lineam.a.o.indefinite quãtitatis, quam seco aut produco ad æqualitatem datæ.b.c.lineæ per octauam huius, in puncto.i.tunc habebo propositum.



PROBLEMA LVIII. HVIVS, ET III. TERTII.

Dati ſemicirculi, ſiue ſemicirculo maioris minoriſue portionis, centrum inuenire.

Data circuli portio ſit.a.b.æqualis, maior, vel minor ſemicirculo, propoſitumque ſit, centrum illius portionis inuenire. Duco.n.in ipſa portione duas lineas qualitercunq; contingat (tantum vt minime inuicẽ æquidiſtent) nempe. a.c.&.d.b.quasper æqualia diuido per.iiii.huius ducens. f.m.&.e.n.perpendiculariter ad ipſas in punctis diuiſionum per primam, quæ quidem perpendiculares productæ ſe inuicem in aliquo puncto ſecabunt per definitionem, intellecta linea recta tranſeunte per.f.&.e.punctus vero concurſus ſit.k.quem dico eſſe centrum circuli, cuius portio data eſt: nam hoc ſatis clarũ eſt cũ per correllarium primæ tertii, vnaquæq; linearum.f.m.&.e.n.tranſibunt per centrum, quare punctus.k.illud eſt per communem ſcientiam, quod eſt propoſitum.

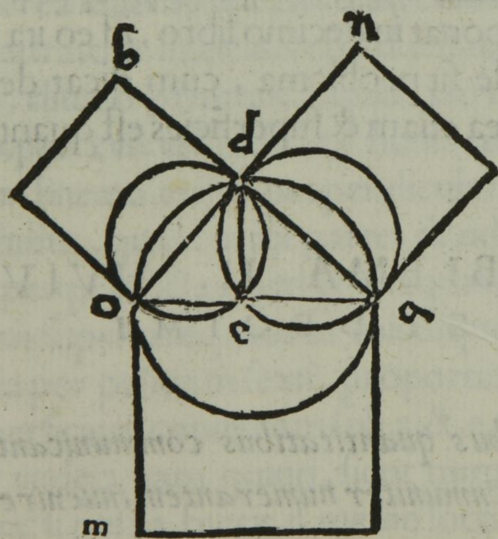


PROBLEMA LIX. HVIVS, ET NON AB EVCLIDE POSITVM.

Diametrum circuli inuenire æquiualentis, duobus datis circulis.

Duo circuli dati ſint.a.d.&.d.o.quorum diametri ſint.a.d. &.d.o.quas inuicem perpendiculariter coniungo, vtputa ad punctum.d.ducens.a.o.tunc dico quòd.a.o.linea, diameter eſt circuli æquipolentis ambobus circulis.a.d. &.d.o.diuido primum.a.o.per æqualia per quartam huius, quod punctũ erit centrum dicti circuli, imaginemur ergo illum, cuius quidem circunferentia tranſibit per punctum.d.per.xxx.tertii, deinde ſupra unaquaq; linearum.a.d:d.o.&.o.a.deſcribo quadratum, ſecundum doctrinam.xiiii.huius, præterea erit proportio quadrati.a.n.ad quadratum.a.m.eadem quæ circuli.a.d.ad circulum.a.o.per ſecundã duodecimi, per quam etiam proportio quadrati.o.b.ad quadratum.a.m.eadem eſt, quæ circuli.o.d.ad circulum.a.o.quare per.xxiiii.quinti, proportio quadrati.a.n.cum quadrato.o.b.ad quadratum.a.m.eadem eſt quæ circuli.a.d.cum circulo.d.o.ad circulum.a.o.& per.xvi.quinti, ita ſe habebunt quadrati.a.n &.o.b.ad circulos.a.d.&.o.d.vt quadratũ.a.m.ad circulum.a.o.ſed cum per.xlvi.primi, quadrati.a.n.&.o.b. æquales ſint quadrato.a.m.erit per ſeptimam quinti, proportio quadrati.a.n.cum quadrato.o.b.ad circulũ.a.o.eadem quæ eſt quadrati.a.m.ad eundem circulum.a.o.& per vndecimam eiuſdem, erit proportio quadrati.a.n.cum quadrato.o.b.ad circulum.a.o.vt ad ambos.

a.d.&.d.o.quapropter per nonam eiuſdem circulus.a. o.æqualis eſt duobus.a.d.&.d.o.quod eſt propoſitum. Patet etiam quod inter ſectio circulorũ.a.d.&.d.o.quæ eſt.c.erit in linea.a.o.nam ſi ducta fuerit linea.d.c.recta tranſiens per vtrorumque puncta interſecationum circulorum, iam manifeſtum erit quod ſi punctum.c.coniungatur per rectas a punctis.a.&.o. anguli ad.c.recti erunt per.xxx.tertii, quare per.xiiii.primi, lineæ.a.c.& c.o.vnam conſtituent rectam, quam dico eſſe.a.o.id eſt diameter circuli.a.o.alioqui duæ rectæ lineæ concluderent ſuperficiem, quod eſt impoſsibile, reliqua vero interſectio, erit in puncto anguli recti.d.hoc clariſsimum eſt cum.a.d.&.d.o.diametri ſint illorum circulorum,in aliis autem punctis, minime ſe inuicem ſecant circuli.a. d.&.d.o.per decimam tertii, &c.Idibus Ianuarii hoc inueni problema anno. M D L I I I.



Primus Liber explicit.

LIBER SECVNDVS

PROBLEMA PRIMVM HVIVS, ET PRIMVM DECIMI EVCLIDIS.





ROPOSITIS duabus quantitatibus inæqualibus communicantibus, maximam quantitatem communiter eas numerantem inuenire.

HOC ſatis patet, vt docet ſecunda ſeptimi propoſitione licet Euclides, illud ponat in decimo libro, id eo ita fecit vt magis vniuerſale ſit problema, cum dicat de quantitatibus, quia linea etiam & ſuperficies eſt quantitas necnon corpus &c.

PROBLEMA II. HVIVS, ET DECIMI.

Propoſitis tribus quantitatibus communicantibus maximam, eas communiter numerantem inuenire.

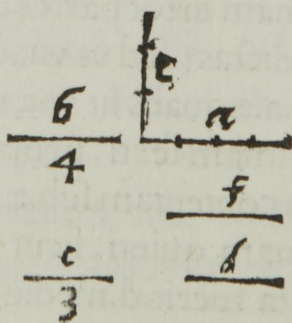
Ex tertia ſeptimi patet, id eſt per illum ordinem.

PROBLEMA III. HVIVS, ET DECIMI.

Proposita qualibet recta linea, duas ei incommensurabiles, alteram in potentia tantum, alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire.

Proposita linea sit.a.intentio autem sit duas rectas lineas reperire, quarum altera communicet cum a.in potentia tantum, reliqua vero sit ei commensurabilis in longitudine atque potentia, sumo primum duos numeros, minime se habentes in proportione numerorum quadratorum, scilicet.b.&.c.quos facile inuenire est, cum quilibet quadratus numerus ad quemlibet non quadratum numerum, eam habeat proportionem, quam minime habent inter se aliqui quadrati, vt colligere est ex.xxii. octaui, præterea inuenio lineam.d.ad cuius quadratum se habeat quadratum lineæ.a.vt.b.ad.c.hanc vero lineã ita inuestigo, diuido primum.a.in tot partes quot sunt vnitates in.b.per.xvii.vel.xl.primi huius, deinde super extremitatem lineæ.a.erigo perpendicularem per primam primi huius, quam in tot partes diuido, quot sunt vnitates in.c.per prædictas(sed vt vnaquæq; partium.e. perpẽdicularis super.a.æqualis sit vnicuique parti lineæ. a.)modo quia per primam sexti, proportio quadrati lineæ.a.ad superficiem contentam sub.a.&.e.eadẽ est quæ a.ad.e.& per vndecimam quinti, sicut numeri.b.ad numerum.c.tunc si posita fuerit.d.medio loco proportionaliter inter.a.&.e.per decimamoctauam primi huius,

etiam cum quadratū lineæ.d.æquale sit superficiei productæ ex.a.in.e.per.xvi.sexti,erit quadratum lineæ.a.ad quadratum lineæ.d.vt numerus.b.ad numerum.c.per vii.&.xi.quinti, quare.a.&.d.sunt cōmensurabiles potentia per definitionem in principio decimi positam, nam cum sit proportio illius quod fit ex.a.ad id quod fit ex.d. vt.b.ad.c.(vt demonstratum est) & vnitas numeret.b.& c.per cōem scientiam ergo, quadrata linearum.a.&.d. numerata vel mensurata erunt ab aliqua cōmuni superficie. Vlterius.a.&.d.erunt in longitudine incommensurabiles per vltimam partem.vii.decimi, quod est primū propositum. Secundum autem sic,inuenio lineam.f.medio loco proportionalem inter.a.&.d.per.xviii.primi huius, tunc erit per.xvii.sexti quadratum.a.ad quadratum f.sicut.a.ad.d.itaq; per secundam partem.x.decimi, erit quadratū.a.incommēsurabile quadrato.f. quamobrem linea.f.incommensurabilis erit in potentia lineæ.a.quare & in longitudine per vltimam partem.vii.decimi, & cōmunem scientiam, & ita patet totum propositum.

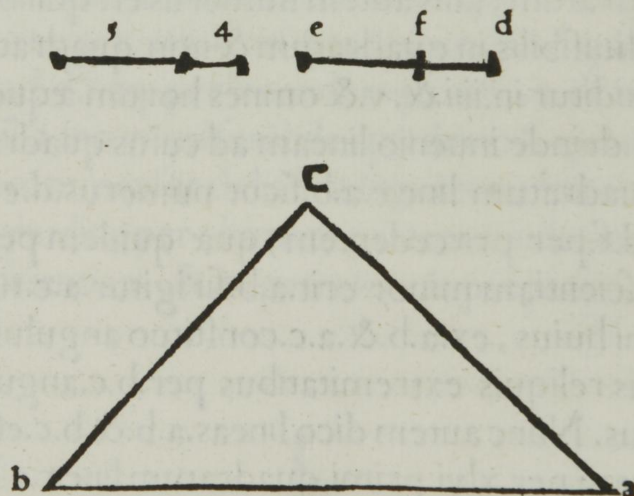


PROBLEMA IIII. HVIVS, ET DECIMI.

Duas lineas inuenire, potentia tantum rationales communicantes, quarum longior plus poßit breuiori, quadrato lineæ sibi commensurabilis in longitudine.

Ad hoc perficiendum sumo lineam rationalem scilicet.a.b. accipio etiam numerum quadratum, nempe.d.e.quem diuido in puncto.f.ita q̃ proportio.d.e.ad.d.f.eadem sit, quæ alicuius numeri quadrati ad aliquem numerũ quadratum &.d.e.ad.f.e.non vt numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus est quilibet quadratus, diuisibilis in quadratum & non quadratum, vt ix.qui diuiditur in.iiii.&.v.& omnes horum æque multiplices &c.deinde inuenio lineam ad cuius quadratum se habeat quadratum lineæ.a.b.sicut numerus.d.e.ad numerum.d.f.per præcedentem, quæ quidem per communem scientiam minor erit.a.b.sit igitur.a.c.tunc per xlvi.primi huius, ex.a.b.&.a.c.constituo angulum ita q̃ coniunctis reliquis extremitatibus per.b.c.angulus.a.c.b.sit rectus. Nunc autem dico lineas.a.b.&.b.c.esse quas quæro, nam per.xlvi.primi,quadratum lineæ.a.b.æquale est duobus quadratis duarum linearum.a.c.&.c.b.& quia per hypothesim,proportio illius quod fit ex.a.b.ad id quod fit ex.a.c.est vt.d.e.ad.d.f.erit per conuersam proportionalitatẽ in.xix.quinti demonstratã, proportio illius quod fit ex.a.b.ad id quod fit ex.c.b.vt.d.e.ad.f.e. quare qđ fit ex.c.b.cõicat cum eo quod fit ex.a.b.per.vi.

decimi, & per definitionem in principio prædicti positã, quod fit ex.c.b.rationale erit, nam cum communi super ficie communicabit quæ dicitur rationalis, præterea cũ per vltimam partem.vii.decimi, lineæ.a.b.&.c.b.rationales, potentia tantum communicantes sint, & per secundam partem prædictæ.a.b.&.a.c.in lõgitudine & potentia, erit igitur manifestum propositum, si autem plures duobus reperire libeat potentia tantum rationales quarum vna potentior sit qualibet aliarum in quadrato alicuius lineæ secum communicantis in lõgitudine. Hoc vero per prædictum ordinem coadiuuante.xlvi.primi huius, & doctrina.xvii.decimi inuenire facile est.



PROBLEMA V. HVIVS, ET DECIMI.

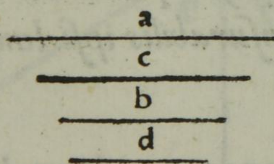
Duas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus poßit breuiori, quantum est quadratum lineæ sibi incommensurabilis in longitudine inuenire.

In hac vero propoſitione, non aliter faciam quã vt in.xviii. decimi dictum eſt, hoc excepto, quod.xlvi.primi huius, mediante, vt præmiſſa & habebo propoſitum.

PROBLEMA VI. HVIVS, ET DECIMI.

Duas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemque rationalem continentes, quarum longior breuiore potentior ſit, augmento quadrati lineæ communicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

Hoc problema, ita abſoluam ſumo primum per quartam huius, duas lineas.a.&.b.potentia tãtum rationales communicantes, quarum longior (ſcilicet.a.) amplius poſsit breuiori (ſcilicet.b.) in quadrato alicuius lineæ ſecum communicantis in longitudine, & pono lineam.c.per xviii.primi, huius medio loco proportionalem inter.a.& b.deinde per.xxxviii.prædicti, inuenio lineam.d.ad quã ſe habeat linea.c.vt.a.ad.b.nunc vero arguendo, vt docet.xxiiii.decimi, patebit.c.&.d.eſſe quas querimus.



PROBLEMA VII. HVIVS, ET DECIMI.

Duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes, quarum longior potentior ſit breuiori quadrato lineæ eidem longiori in longitudine commenſurabilis inuenire.

Poſitis duabus lineis.a.&.b.rationabilibus potentia tantum communicantibus, quarum longior poſsit amplius breuiori quadrato lineæ, ſecum non communicantibus in longitudine quæ reperiuntur ſecundum doctrinã quintæ huius, cæteris vero poſitionibus ſicut in præmiſſa manentibus argumentando conſimili modo, patebit duas lineas.c.&.d.eſſe quas quærimus &c.

PROBLEMA VIII. HVIVS, ET DECIMI.

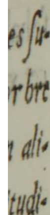
Duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque medialem continentes quarum longior breuiore tanto amplius poſsit quantum eſt quadratum alicuius lineæ incommenſurabilis ipſi longiori in longitudine, inuenire.

In hac autem propoſitione procedã vt docet.xxvi.decimi, ſed vice.xviii.eiuſdem, accipiam quintam huius, vice vero.ix.ſexti, accipiam.xviii.primi huius, vice autem.xvii.decimi, quartum huius, & habebo propoſitum.

PROBLEMA IX. HVIVS, ET DECIMI.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles, superficiemq; medialem continentes quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationalia, inuenire.

Ad hoc aũt, inuenio duas lineas, vt docet. v. huius, nempe. a. b. & . c. d. & longior reliqua, sit. a. b. postea diuido lineam. c. d. per æqualia in pũcto. f. deinde per. xlvii. primi huius, lineam. f. d. erigo perpendiculariter ab aliquo puncto lineæ. a. b. ad eandem, ita quod ipsa. f. d. cadat medio loco proportionalis, inter sectiones quas faciet ex. a. b. pũctus aũt diuisionis sit. g. in linea. a. b. & linea media proportionalis sit. g. e. deinde protraho. e. g. vltra. g. ita quod. g. h. æqualis sit. a. g. per. viii. primi huius, præterea a puncto. h. extraho lineam. h. i. æquidistanter, & æqualẽ lineæ. g. b. per. vii. primi huius, per cuius correllariũ habebo superficiem. g. i. æquidistantium laterum, quæ aũt superficies æqualis erit ei quod fit ex. c. f. per. xvi. sexti, postmodum arguam vt docet. xxvii. decimi, & habebo propositum.



PROBLEMA X. HVIVS, ET DECIMI.

Duas lineas potentialiter incommensurabiles, superficiemque rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta mediale sint, inuenire.

In hac arguam secundum doctrinam.xxviii.decimi, sed dispositione præcedentis mediante, & habebo propositũ.

PROBLEMA XI. HVIVS, ET DECIMI.

Duas lineas potentialiter incommensurabiles, superficiemque medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale, duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, inuenire.

Hoc problema, vt docet.xxix.decimi absoluam, sed coadiuuante.viii.huius.

PROBLEMA XII. HVIVS, ET XII. XIII. XIIII. XV. XVI. ET XVII. DECIMI.

Binomium primum, secundum, tertium, quartum, quintum, & sextum inuenire.

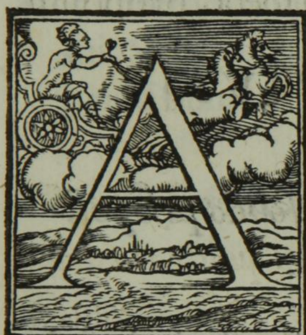
Hoc vero perficiam secũdum doctrinam.xlii.xliii.xliiii. xlv.xlvi.&.xlvii.decimi, sed.xlvi.primi, huiꝰ coadiuuante.

Explicit secundus Liber.

LIBER TERTIVS

PROBLEMA PRIMVM HVIVS, ET VNDECIMI EVCLIDIS.





PVNCTO in aere dato, ad aſsignatam ſuperficiem, perpendicularem ducere.

HOC problema abſoluam vt docet.xi.vndecimi, ſed mediante.v. & prima primi huius, arguam poſtca vt ſupradicta docet & habebo propoſitum.

PROBLEMA II. HVIVS, ET VNDECIMI.

A puncto in ſuperficie aſsignato, ad eandem ſuperficiem, perpendicularem extrahere.

Hoc autem ſecundum doctrinam.xii.vndecimi, facilis eſt abſolutionis, ſed coadiuuante prima primi huius, & habebo propoſitum.

PROBLEMA III. HVIVS, ET VNDECIMI.

Ex tribus propoſitis angulis, quorum duo quique pariter

accepti, tertio ſint maiores, omnes autem ſimul, quatuor rectis minores, ſolidum angulum conſtituere.

Hoc vero concludam, doctrina.xxiii.vndecimi, ſed vice.xxii.primi, accipiam.xxvii.primi huius, & vice.v.quarti.xlix.primi huius, lineam vero.g.h.inueniam per.xlvi.primi huius, quam, ſupra ſuperficiem circuli a centro, erigam perpendicularem per præcedentem, & ita conſtabit propoſitum.

PROBLEMA IIII. HVIVS, ET VNDECIMI.

Super aliquod punctum datæ lineæ, angulo ſolido propoſito, æqualem angulum ſolidum fabricare.

Hoc problema facilisſimũ eſt vt docet.xxvi.vndecimi, ſed vice.xxiii.iii.primi, &.xi.xii.ſecundi, accipiam.x.viii.primi huius, primam & ſecundam huius, & habebo propoſitum:

PROBLEMA V. HVIVS, ET VNDECIMI.

Super aſsignatam lineam, dato ſolido æquidiſtãtium ſuperficierum, ſimile ſolidum conſtituere.

Hoc etiam facile eſt per ordinem.xxvii.vndecimi, ſed vice.xxvi.eiuſdem.x.ſexti, &.xxxi.primi, accipiam præmiſſam &.xxxviii.primi huius &.vi.eiuſdem, itaq; habebo propoſitum.

PROBLEMA VI. HVIVS, ET I. DVODECIMI.

Cum propositi fuerint duo circuli ab uno centro circunducti, superficiem poligoniam æqualium laterum, circulum minorem minime tangentem, intra circulum maiorem describere.

Hoc autem absoluam secundum doctrinam.xiii.duodecimi, sed vice.xi.primi, &.xxix.tertii, accipiam primam primi huius,&.xxv.eiusdem, & ita habebo propositum.

PROBLEMA VII. HVIVS, ET II. DVODECIMI.

Duabus sphæris unum centrum habentibus propositis, intra maiorem earum, solidum multarum basium, superficiem minoris sphæræ minime tangentium, figuraliter constituere.

Hoc quidem non aliter faciendum est quam vt docet.xiiii. duodecimi, sed vice.xi. primi.xiii.duodecimi.xii. &.xi. vndecimi, accipiam primam primi huius, præcedentem, & primam & secundam huius,itaque habebo propositum.

Explicit tertius Liber.

LIBER QVARTVS

PROBLEMA PRIMVM HVIVS, ET TERTIIDECIMI EVCLIDIS.

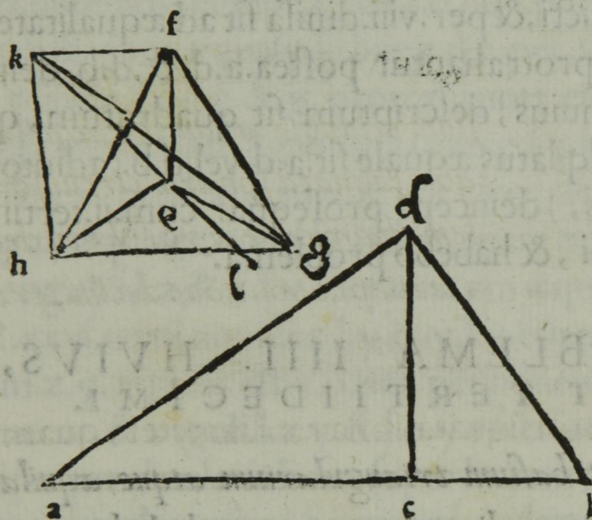




IRAMIDEM *quatuor basium triangularium, & æquilaterũ, ab aßignata ſphæra circunſcriptibilem, fabricare, &c.* V*t in decimatertia propoſitione decimitertii continetur.*

SIT linea.a.b.aſsignatæ ſphæræ diameter, quam diuido in puncto.c.ita quod.b.c.ſit tertia pars totius lineæ. a.b.per.xl.primi huius, deinde per.xviii.eiuſdem inuenio lineam.c.d.mediam proportionalem inter.a.c.&.c.b.quam erigo perpẽdiculariter ad.a.b.per primam primi huius, octaua mediante ſi opus fuerit, ducens.a.d.&.d.b.tunc angulus.b.d.a.rectus erit per conuerſum correllarii.viii.ſexti, deinde, protraho ab aliquo dato puncto vtputa.e.lineam.e.f.per octauam primi huius, æqualem lineæ.c.d.deinde per quinquageſimam prædicti primi huius, coadiuuante doctrina.xxxvi.eiuſdem, conſtituo trigonum æquilaterum ita, quòd circuli illum cir-

cundantis cētrum sit.e, semidiameter vero.e.f.postea vero duco.e.g.&.e.h.per puncta angulorum trigoni, deinceps erigo lineam.e.k.l. perpendiculariter ad superficiem trigoni.g.f.h.per secundam tertii huius, quæ æqualis sit.a.c.per octauam primi huius, demum a puncto.k. duco lineas.k.f.k.g.&.k.h.& arguendo postea vt docet xiii.tertiidecimi coadiuuante.viii.primi huius, &.ii.tertii. huius, habebo propositum.



PROBLEMA II. HVIVS, ET DECIMITERTII.

Ab aßignata sphæra, circunscriptibilem cubum constituere &c. ut in decimaquarta decimitertii continetur.

Hoc non aliter concludam quam vt docet.xiiii.tertiidecimi coadiuuante ordine præmisso in principio præcedentis, &.xiiii.primi huius.viii.etiam eiusdem, tūc habebo propositum.

PROBLEMA III. HVIVS, ET DECIMITERTII.

Corpus octo basium triangularium & æquilaterum, a sphæra proposita circunscriptibile fabricare &c.

Hoc quoque absoluam methodo mediante.xv.tertiidecimi, sed.a.b.abscisa sit per æqualia in puncto.c.per.iiii.primi huius, deinde.a.c.perpēdiculariter sit ad.a.b.per primam prædicti, & per.viii.diuisa sit ad æqualitatem dimidiæ.a.b. & protrahantur postea.a.d. &.d.b. deinde per xiiii.primi huius, descriptum sit quadratum, quorum vnumquodq; latus æquale sit.a.d.vel.d.b.(adiutorio.viii. primi huius,) deinceps prosequar cum.ii.tertii huius, &.viii.primi, & habebo problema.

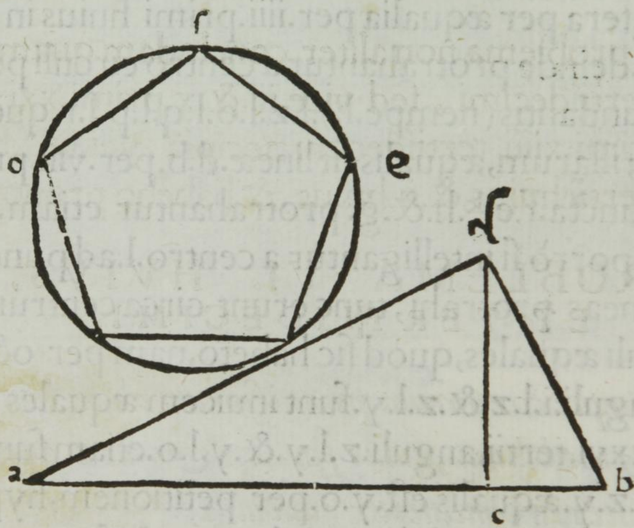
PROBLEMA IIII. HVIVS, ET TERTIIDECIMI.

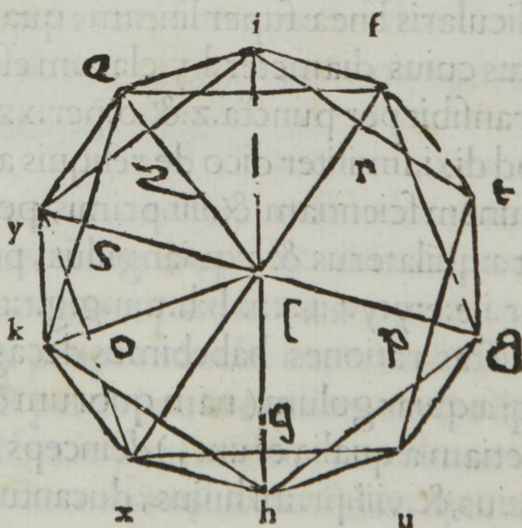
Corpus uiginti basium triangularium atque æquilaterum, a data sphæra, diametrum rationale habente, circunscriptibile fabricare &c.

Diameter asignatæ sphæræ sit.a.b.sed vt.xvi.tertiidecimi proponit, quam diuido in puncto.c.per.xl.primi huius, ita vt.b.c.quarta pars sit totius.a.b.deinde inuenta sit.c.d.media proportionalis inter.a.c.&.b.c.per.xviii.primi huius, & per primam eiusdem erecta sit perpendiculariter ad.b.a.in puncto.c.& protrahatur.d.a.&.b.d.deinde describatur circulus.o.r.s.data apertura mediante,in

quo fiat pentagonus æquiangulus, æquilaterusque, per xxxiii. primi huius, deinceps per. lv. eiusdem fiat pentagonus similis pentagono. o. r. s. ita quod semidiameter circuli illum circundantis, sit linea æqualis. d. b. per. viii. primi huius, & sit pentagonus. i. t. u. x. y. qui æquiangulus æquilaterusque erit per eandem, præterea diuidantur omnia eius latera per æqualia per. iiii. primi huius in pūctis. z. o. q. p. r. deinde protrahantur a centro circuli pentagonum circundantis (nempe. l.). l. z. l. o. l. q. l. p. l. r. quousque vnaquæque illarum, æqualis sit lineæ. d. b. per. viii. primi huius, ad puncta. f. e. k. h. & . g. protrahantur etiam. f. e: e. k: k. h. & . g. f. porrò si intelligantur a centro. l. ad puncta. i. y. x. u. & . t. lineas protrahi, tunc erunt circa centrum. l. decem anguli æquales, quod sic habeto, nam per octauam primi, anguli. i. l. z. & . z. l. y. sunt inuicem æquales, & per xxvii. & . xxvi. tertii, anguli. z. l. y. & . y. l. o. etiam sunt æquales, nam. z. y. æqualis est. y. o. per petitionem, hypothesi coadiuuante, & anguli. l. z. y. & . l. o. y. recti sunt per definitionem perpendicularis lineæ super lineam, quare si intelligatur circulus cuius diameter. l. y. clarum est quod circunferentia transibit per puncta. z. & . o. per. xxx. tertii igitur patet quod dixi, similiter dico de reliquis angulis, ergo per communem scientiam & . iiii. primi, pentagonus. i. y. x. u. t. erit æquilaterus & æquiangulus, postmodū protrahantur. i. e: e: y: y. k: k. x: x. h: h. u: u. g: g. t: t. f. & . f. i. tunc per supradictas rationes habebimus decagonum æquilaterum atque æquiangulum (nam quorum dimidia sunt æqua, tota etiam æqualia erunt,) deinceps per secundam tertii huius, & . viii. primi huius, ducantur super

puncta.f.e.k.h.g.pentagoni, quinq; perpendiculares lineæ ad superficiem pentagonam, ita quod vnaquæq; illarum, æqualis sit lineæ.d.b.postea vero arguendo vt docet.xvi.tertiidecimi, coadiuuante.ii. tertii huius, &.viii. primi huius habebo propositum.





PROBLEMA V. HVIVS, ET TERTIIDECIMI.

Corpus duodecim basium pentagonalium, æquiangularium æquilaterumque, ab aßignata sphæra circunscriptibile constituere &c.

Hoc autem problema non aliter concludam quam vt docet.xvii.tertiidecimi, sed vice.iii.&.x.primi.xxix.sexti, xii.vndecimi.xiiii. tertiidecimi accipiã. viii.iiii.xlv.primi huius.ii.tertii huius,&.ii.huius, & habebo propositum.

PROBLEMA VI. HVIVS, ET TERTIIDECIMI.

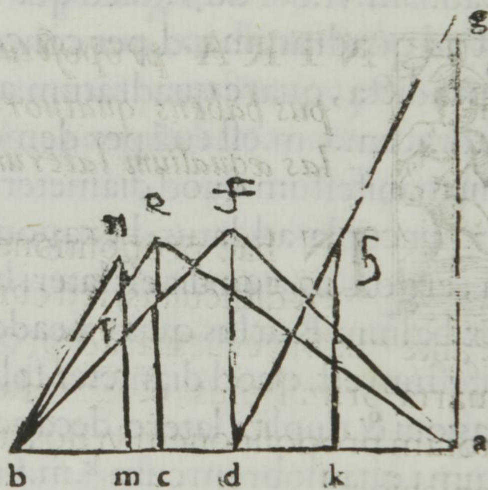
Latera quinque corporum præmissorum ab eadem sphæra circunscriptibilium, cuius sphæræ &c. ut in decimaocta ua decimitertii continetur, inuenire.

Sit.a.b.diameter alicuius sphæræ propositæ, ex qua iubemur latera quinq; corporum præmissorum elicere. Diuido primum hanc diametrum in puncto.c.ita quòd.c. b.tertia pars sit totius.a.b.per quadragesimam primi huius, & per æqualia in pũcto.d.per quartam eiusdem, deinde erigo a punctis.d.&.c.duas perpendiculares per primam prædicti, & produco.d.f.dum æqualis sit.d.a. vel.d.b.per octauam primi huius, & constituo.c.e. mediam proportionalem inter.a.c.&.c.b.per decimãoctauam eiusdem, ducens.f.b:b.e.&.a.e.tunc manifestum est per decimamtertiam tertiidecimi quod.a.e.est latus fi-

guræ quatuor basium triangularium, & æquilaterum, & ex demõstratione.xiiii.eiusdẽ quod.e.b.est latus cubi, & ex demõstratione.xv.prædicti quod.f.b.est latus figuræ octo basium triãgularium,& æquilaterum. Prodeat itaq; a pũcto.a.linea.a.g.per primam primi huius perpẽdiculariter ad.a.b.quam protraho quousq; æqualis sit.a. b.per.viii.primi huius,ducens.g.d.deinceps diuido.d.g. in pũcto.h.per.viii.primi huius, ita quod.d.h.æqualis sit a.d.(clarum est quod.g.d.maior sit.a.d.cũ.a.d.dimidia sit.a.b.per cõceptionem,coadiuuante hypothesi, &.a.g. minor sit.d.g.per.xviii.primi)tunc a puncto.h.duco per v.primi huius.h.k.perpendiculariter ad.a.b.& quia.a.b. dupla est ad.a.d.erit.h.k.dupla.ad.k.d.p.iiii.sexti coadiuuante.xvi.quinti (nam.h.k.æquidistans est.a.b.per.xxix. primi, & per.xxxii.eiusdem, angulus.k.h.d.æqualis angulo.b.&c.)ergo per.iiii.secundi.h.k.est quadrupla in potẽtia ad.k.d.quare ex.xlvi.primi.h.d.quincupla est in potẽtia ad.k.d.Et cum.d.b.æqualis sit.h.d.per hypothesim, erit igitur.d.b.quincupla in potentia ad.k.d.præterea cũ per.xix.quinti sit, vt totum.a.b.ad totum.d.b.ita ablatũ. a.c.ad ablatum.c.b.(per hypothesim)& reliquum.c.b. ad reliquum.d.c.vt totum.a.b.ad totum.d.b.erit ergo.c. b.dupla ad.d.c.tota igitur.d.b.tripla est ad.d.c.quapropter per communem scientiam (quod fit ex.d.c.est nona pars illius quod fit ex.d.b.& quia quadratũ.d.b.quincuplum erat ad quadratum.k.d.quamobrem ex secunda parte.x.quinti, quadratum.d.c.minus erit quadrato. k.d.ideoque.d.c.minor.k.d.abscindo igitur.d.m.ex.d.b. ad æqualitatem.k.d.per octauam primi huius, & inter

a.m.&.m.b.inuenio.m.n.mediam proportionalem per decimamoctauam primi huius, & perpendiculariter ad m.b.a.per primam, ducens.n.b.deinde.k.h.æqualis est. m.n.vt demonstraui in.xxi.primi huius, vel per decimã tertiam tertii coadiuuante hypothesi, & secunda parte. iii.tertii, erit etiam per conceptionem.m.n.dupla ad.k.d. & per communem scientiam, æqualis.k.m.deinceps cũ sit.a.b.ad.b.d.vt.k.m.ad.k.d.per prædictã, erit per.xvi. quinti.a.b.ad.k.m.vt.d.b.ad.k.d.sed quadratũ.d.b.quincuplum est ad quadratum.k.d.per conceptionem coadiuuante supradicta, quare quadratum.a.b.quincuplum erit ad quadratum.k.m.est etiã per demonstrata in.xvi. tertiidecimi manifestum quod diameter sphæræ, est potentialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ xx.basium, ergo.k.m.æqualis est lateri hexagoni circuli figuræ.xx.basium.Rursus quia ex eadem demonstratione manifestum est, quod diameter sphæræ constat ex latere hexagoni & duplici latere decagoni circuli figuræ.xx.basium, quamobrem cum.k.m.sit tanquam latus hexagoni, &.a.k.æqualis.m.b.per tertiam conceptioné, erit.m.b.tanquam latus decagoni, præterea cum.m.n. æqualis sit.m.k.erit tunc.n.b.per.xlvi.primi & decimæ tertiidecimi, latus pentagoni circuli figuræ.xx.basium, & per.xvi.iam dicti erit etiam latus figuræ.xx.basium. Postmodum diuido.e.b.(quæ est latus cubi ab assignata spæra circunscriptibilis) secundum proportionem habentem medium duoque extrema per.xlv.primi huius, in puncto.p.maiorque eius portio sit.b.p.cõstat nunc ex demonstratioae.xvii.tertiidecimi quod.p.b.est latus fi-

guræ.xii.basium, Inuenta ergo sunt latera.v.præmissorum corporum, ex diametro sphæræ nobis propositæ. Est enim.a.e.latus piramidis, quatuor basium.e.b.latus cubi.f.b.latus octocedri, at vero.n.b.latus hycocedri, linea autem.b.o.est latus duodecedri. Reliqua vero videre est in decimaoctaua tertiidecimi, & habebo propositum.



LIBER QVINTVS

PROBLEMA PRIMVM HVIVS. ET QVINTIDECIMI EVCLIDIS.





NTRA *propositum cubum, corpus habens quatuor bases triangulas æqualium laterum designare.*

IN hac propositione, nulla prorsus est difficultas, sed cum cubum doceat designare ante quam perueniat ad propositum, tunc si decimæquartæ primi huius, & secundæ tertii huius memineris, totam propositionem vt docet prima quintidecimi adimplebis.

PROBLEMA II. HVIVS, ET QVINTIDECIMI.

Intra datum corpus habẽs quatuor bases triangulas, atq; æquilateras, corpus octo basium triangularium æqualium laterum distinguere.

Cum, primum deceat piramidem fabricare, vt in secunda quintidecimi continetur. Constituatur super quamuis li

neam, trigonum æquilaterum, per trigesimamsextam primi huius, deinde inueniatur centrum circuli circunscribentis ipsum trigonum, per quadragesimamoctauam primi huius, quod sit.d.trigonum vero.a.b.c.deinde protrahantur.d.a.d.c.d.b.& erecta sit.d.e.perpendiculariter ad superficiem trigoni.a.b.c.per secundam tertii huius, quæ quidem sit dupla potentia ad semidiametrum circuli circundantis dictum trigonum per decimã quintam primi huius, vel tali uni lineæ æqualis per octauam primi huius, deinde procedendum est vt docet.ii. quintidecimi coadiuuante.iiii.primi huius, cum oportuerit. Et ita habebitur problema.

PROBLEMA III. HVIVS, ET QVINTIDECIMI.

Intra cubum aßignatum, figuram octo basium triangularium æqualium laterum constituere.

Constituatur cubus vt in prima huius dictum est, deinde intra eum constituatur piramis, quatuor basium triangularium atque æquilaterum, deinde intra ipsam piramidem cõstituatur octocedron per præmissam, deinde arguam vt docet.iii.decimiquinti & habebo propositũ.

PROBLEMA IIII. HVIVS, ET QVINTIDECIMI.

Intra datum corpus octo basium triangularium atq; æquilaterum, cubum constituere.

Hæc facilissima est, sed his vtendum est propositionibus, videlicet .ii. tertii huius, & .iiii. i. viii. xlviii. primi huius, & secundum ordinem .iiii. quintidecimi habebo problema.

PROBLEMA V. HVIVS, ET QVINTIDECIMI.

Piramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterum, assignato corpori octo basium triangularium quoque atque æquilaterum inscribere.

Hæc etiam facilis est, procedendum enim est vt docet .v. quintidecimi, sed vtere præmissa atq; prima huius.

PROBLEMA VI. HVIVS, ET QVINTIDECIMI.

Intra datum corpus uiginti basium, æqualium laterum, corpus duodecim basium pentagonalium æqualium laterum atque æqualium angulorum, figuraliter componere.

Hæc quoque non est difficilis, sed ordine sexta quintidecimi procedēdum est, adiutorio .iiii. quarti huius, & .xlviii. primi huius, & ita habebimus propositum.

PROBLEMA VII. HVIVS, ET QVINTIDECIMI.

Intra datum corpus duodecim basium pentagonalium æquilaterum atq; æquiangularū, corpus uiginti basium triangularium atque æquilaterum fabricare.

Hæc absoluenda est, vt docet.vii.quintidecimi, sed median te.v.quarti huius, &.iiii. primi huius, & ita habebitur propositum.

PROBLEMA VIII. HVIVS, ET QVINTIDECIMI.

Solido duodecim basium pentagonalium atque æquilaterum proposito, intra ipsum cubum distinguere.

Octaua quintidecimi satis docet, sed vbi oportuerit.xvii.ter tiidecimi opus erit primum.v.quarti huius inspicere.

PROBLEMA IX. HVIVS, ET QVINTIDECIMI.

Dato duodecedro, sibi octocedron includere.

Hoc problema non aliter resoluendum est, quam vt docet nona quintidecimi, sed coadiuuante.v.quarti huius, & iiii.primi huius, & habebo propositum.

PROBLEMA X. HVIVS, ET QVINTIDECIMI.

Intra datũ duodecedron, piramidem quatuor basium trian gularium atq; æquilaterum adhuc restat distinguere.

Hoc etiam absoluam problema, secundum doctrinam decimæ quintidecimi, coadiuuante tamen.viii.huius, & pri ma itaque habebo propositum.

PROBLEMA XI. HVIVS, ET QVINTIDECIMI.

Proposito icocedro, in eo cubum figurare.

Hoc quoque resoluam vt vndecima quintidecimi docet, sed mediante.vi.&.viii.huius, & habebo propositum.

PROBLEMA XII. HVIVS, ET QVINTIDECIMI.

Icocedron datum, piramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterum inscribi.

Hoc etiam concludam methodo.xii.quintidecimi, sed coadiuuante.xi.& prima huius, & habebo propositum.

PROBLEMA XIII. HVIVS, ET VLTIMVM EVCLIDIS.

Fabricato quouis quinque regularium corporum sibi sphæram inscribere.

Hoc autem facile est, absoluam enim vt dictum docet problema, adiutorio primæ tertii huius, & habebo propositum.

FINIS AD HONOREM
& gloriam Dei omnipotentis.

TABVLA OMNIVM EVCLIDIS PROBLEMATVM PER ORDINEM.

Euclidis primi libri Problemata	Euclidis problemata in nostro opere posita
	Primi huius
Primum.	36
2	57
3	8
4	9
5	4
6	1
7	5
8	27
9	10
10	6
11	11
12	13
13	14
14	15
Secundi	
1	16
2	19
Tertij	
1	20
2	24
3	58
4	25
5	56
6	26
Quarti	
1	37
2	28
3	29
4	50
5	48
6	30

7	31
8	51
9	52
10	32
11	33
12	34
13	53
14	54
15	35
16	38
Quinti	
Sexti	
1	18
2	39
3	40
4	17
5	41
6	42
7	43
8	44
9	45
Septimi	
Octaui	
Noni	
Decimi	Secundi huius
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
11	11
12	12
Vndecimi	Tertii
1	1
2	2

3
4
5
Duodecimi
1
2
Tertiidecimi
1
2
3
4
5
6
Quintidecimi
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

3
4
5
6
7
Quarti
1
2
3
4
5
6
Quintus
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

VENETIIS APVD
Bartholomæum Cæsanum.
M D L I I I.

7

59


eB